REVIEWS AND MISCELLANEA

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В ЭЛЛИНИСТИЧЕСКИЙ ПЕРИОД

Обзор книги:
Netz, Reviel. *Ludic Proof: Greek Mathematics and the Alexandrian Aesthetic*.
Cambridge; New York: Cambridge University Press, 2009. 255 pp.

В. В. Целищев
Новосибирский государственный университет
Институт философии и права Сибирского отделения РАН, Новосибирск
leitval@gmail.com

Vitaly Tselishchev
Novosibirsk State University, Institute of philosophy and law, Novosibirsk, Russia

The way Mathematics was presented in the Hellenistic period.
A review of Netz, Reviel. *Ludic Proof: Greek Mathematics and the Alexandrian Aesthetic*.
Cambridge; New York: Cambridge University Press, 2009. 255 pp.

Abstract. This book represents a new departure in science studies: an analysis of a scientific style of writing, situating it within the context of the contemporary style of literature. Its philosophical significance is that it provides a novel way of making sense of the notion of a scientific style. For the first time, the Hellenistic mathematical corpus - one of the most substantial extant for the period - is placed centre-stage in the discussion of Hellenistic culture as a whole. Professor Netz argues that Hellenistic mathematical writings adopt a narrative strategy based on surprise, a compositional form based on a mosaic of apparently unrelated elements, and a carnivalesque profusion of detail. He further investigates how such stylistic preferences derive from, and throw light on, the style of Hellenistic poetry. This important book will be welcomed by all scholars of Hellenistic civilization as well as historians of ancient science and Western mathematics.

Keywords: Hellenistic mathematics, scientific style, style of literature, narrative strategy, carnivalesque profusion of detail, mosaic form, Hellenistic poetry.

* Работа выполнена при поддержке РНФ, проект «Базовая логика, ограничительные результаты и системы формализации знания», грантовое соглашение № 16-18-10359.

Книга представляет собой третью часть обширного проекта автора по греческой математике. Предыдущие две книги *Оформление дедукции в греческой математике*[1] и *Трансформация математики в раннем Средиземноморье*[2] признаны крупным вкладом в историю не только математики, но и истории методологии науки в целом. *Оформление дедукции в греческой математике* заслужила восторженный отзыв видного методолога науки Бруно Латура,[3] а также похвалу со стороны философа математики Я. Хакинга.[4] Рецензируемая книга представляет новый взгляд на уже известные тексты. Впрочем, слово «известные» здесь надо воспринимать с осторожностью, потому что сам Нетц отредактировал и заново перевел почти всего Архимеда на основе недавно обнаруженного палимпсеста, самой старой сохранившейся рукописи Архимеда.[5] Именно этот великий математик является фактически главным героем новой книги.

Хотя между тремя книгами существует определенное единство, поскольку они дополняют друг друга, последняя из них отличается от двух других как с точки зрения описываемого периода греческой математики, так и с точки зрения предмета исследования. Книга *Формирование дедукции в греческой математике* охватывает период с V в. до н. э. до VI в. н. э., в то время как в книге *Игривое доказательство: греческая математика и александрийская эстетика* по преимуществу рассматриваются III–II вв. до н. э. Далее, если книга *Трансформация математики в раннем Средиземноморье* ориентирована на историю и культуру в трактовке математики, обусловивших ее возрождение в Средние века, то предметом рецензируемой книги является стиль научных сочинений в контексте эллинистической литературы того времени.

В развитии античной математики эллинистического периода стиль математических трактатов отличается личностным характером преподнесения материала. Период поздней Античности резко контрастирует в этом отношении, начиная приближаться в стандартах изложения математических результатов к тому, что принято со времен Евклида вплоть до нашего времени, а именно, безличному представлению аргументов. Одним из главных тезисов Нетца в новой книге является утверждение, что математики эллинистического периода наслаждались тем, что они делали, и именно это обстоятельство в существенной степени определило стиль их сочинений.

[1] Netz 1999.
[2] Netz 2004.
[3] Latour 2008.
[4] Hacking 2014.
[5] Netz, Noel 2007; см. также рецензию Е.В. Афонасина: Afonasin 2008.

Эстетические каноны их творчества определялись в свою очередь общими канонами текстуальной активности, в том числе канонами поэзии. Специфика стиля математиков того времени состоит во взаимодействии математики и поэзии в контексте эллинистической цивилизации. В этом отношении Нетц, признавая универсальный характер математики, тем не менее, делает упор на ее историчности, которая сказывается в своеобразии семиотических практик, присущих каждой исторической эпохе. Современного читателя материал книги Нетца может шокировать, поскольку математическое творчество в эллинистический период резко контрастирует с общепринятым представлением о характере этой науки. Значительная часть математических трактатов представлена в виде писем математиков, адресованных вполне распознаваемым историческим фигурам, со всеми свойственными для эпистолярного жанра особенностями. Нетц указывает на своеобразие наррративной техники эллинистических математических трактатов. Искусно создаваемые в начале читательские ожидания, подогреваемые ощущением неизвестности и удивления, в заключение разрешаются внезапно, если не сказать драматически, после представления решения проблемы. По поводу сухости математических сочинений нашего времени есть шутка, что их авторы предпринимают все усилия для того, чтобы никто не заподозрил, что это сочинение принадлежит человеку. С Архимедом и его современниками это явно не так. Мало кто до исследований Нетца мог представить себе Архимеда как писателя, мастера греческой прозы, призванной доставить читателю удовольствие. В этот период математические трактаты занимательны, личностны и даже поэтичны. Эти трактаты обращены к образованной непрофессиональной элите и ценителям эллинистической поэзии, которым был чужд интерес к чисто практическим вопросам. Должно быть поэтому стиль математических трактатов отличается тонкостью, утонченностью, загадочностью и туманностью.

Сам термин *Ludic* (игривое) в названии книги Нетца вмещает в себя сокращение для целого стиля математических работ, которым свойственна карнавальная атмосфера мозаичности фактов, удивления и восхищения, иронии и нарративности. Я. Хакинг отмечает сходство этой концепции применения категории игры к интеллектуальному предприятию с концепцией *Homo ludens* Хёйзинги.[6] Таким образом, стиль эллинистической математики вполне сравним с литературой того времени, будучи игривым и сложным.

Для того чтобы передать своеобразие этого стиля, Нетц во *Введении* описывает центральную работу эллинистической математики – *Спиральные*

[6] Hacking 2014, 78.

кривые Архимеда, в которой была представлена т.н. Архимедова Спираль. Архимедову спираль использовали как наилучший способ определения площади круга. С ее помощью был улучшен древний греческий метод нахождения площади круга через измерение длины окружности. Спираль дала возможность более точного измерения длины окружности, а, следовательно, и площади круга.

Трактат оформлен в виде письма Досифею, адресату нескольких его работ. Почему античными математиками выбирался именно эпистолярный жанр, говорит Нетц, не очень ясно, и может быть это было мотивировано древней поэтической традицией, а также узостью круга разбросанных любителей математики. Архимед начинает с точного определения спирали, и затем излагает четыре главные цели трактата. Тут же он упоминает лемму, которую он будет использовать в трактате (называемую ныне Аксиомой Архимеда), и здесь доказательство резко обрывается. Общая структура трактата прекрасно передана А. Мэхони (ссылки в цитате на страницы книги Нетца):

> В трактате Архимеда *Спиральные кривые* доказываются четыре факта о них... Сперва Архимед усиливает ожидания читателя, а затем уходит в другом направлении. Половина работы посвящена как бы посторонним темам, и только во второй половине он переходит к спиральным кривым. С самого начала Архимед возбуждает ожидания читателя, а затем уклоняется в сторону. Введение написано плотно, и доказательства, которые ведут к главной цели, не мотивированы: «нет никаких усилий объяснить возникающие структуры доказательств» (с. 4). Вместо этого А. начинает с теорем о линейном движении, а затем переходит к абстрактным геометрическим результатам о кругах. Затем появляются два результата о пропорциях, «чудовищно туманных» (с. 6), и непонятно, какое они имеют отношение к спиралям, или к тому, что излагалось ранее. Это примерно уже половина работы, и только сейчас Архимед возвращается к спиралям. Сперва он доказывает второй из четырех результатов, которые провозгласил во введении, используя некоторые кажущиеся нерелеватными результаты о движении и о кругах, которые были упомянуты до этого. Затем он показывает некоторые дополнительные результаты, которые следуют из этого факта. Как отмечает Нетц, «на данном этапе, следовательно, читатель полностью дезориентирован»... Затем достигается предложение 24, и только сейчас трактат воспринимается как единое целое, в единой вспышке озарения. Архимед внезапно связывает все вместе, показывая, что кажущиеся разрозненные нерелевантные дискуссии о движении, кругах и частях кругов, все это на самом деле имеют отношение к провозглашенным во введении проблемам.[7]

[7] Mahoney 2010.

Книга Нетца состоит из четырех глав. Первая глава носит название *Карнавал вычислений*.[8] Хотя под термином «эллинистическая математика» в литературе обычно подразумевается по большей части геометрия, математики описываемого периода охотно и даже чрезмерно прибегали к огромным вычислениям, которые только затуманивали дело. Раздел 1.1. *Stomachion: мотивация и дискуссия* посвящен одноименной работе Архимеда. Термин Stomachion относится к игре в танграм, богатому источнику комбинаторных задач, решение которых требовало огромных вычислений. Именно это обстоятельство позволяет Нетцу говорить о «карнавале вычислений» (с. 20).

Следующий раздел – 1.2. *Попытки схватить безграничное* – имеет дело со знаменитой работой Архимеда *Об измерении окружности*, цель которой состоит в нахождении прямоугольной фигуры, периметр которой равен длине окружности – задача, связанная с определением числа π. Нетц отмечает, что античные математики были озабочены ограничением безграничного, и описывает вклад Архимеда следующим образом:

> В то время как Архимед действительно делал попытку схватить безграничное – отношение длины окружности к радиусу – он остался с неоднозначным результатом, с одной стороны, триумфом ограничения сложной структуры, а с другой – представлением сложности и непокорности структуры, нечетко ограниченной.[9]

Кроме того, значительное место было уделено работе Архимеда *Псаммит* (*Исчисление песчинок*).

Раздел 1.3. *Неясная когнитивная текстура вычислений* имеет дело с неоднородностью математических текстов. Рассматривая трактат Аристарха Самосского *О величинах и расстояниях Солнца и Луны*, Нетц резюмирует типичную ситуацию для эллинистических математиков:

> В то время как геометрическая компонента размышления Аристарха предполагается доступной анализу читателя, и поэтому требует от него знания геометрии и теории пропорций... арифметическая компонента сведена к серии утверждений, которые можно принимать, а можно и не принимать, что оставляется на волю читателя.[10]

---

[8] Нетц оговаривается, что термин «карнавал» он употребляет несколько в ином контексте, чем это делает М. Бахтин, поскольку изучаемый предмет погружен в другую историческую эпоху (Netz 2009, 17).

[9] Idem, 28.

[10] Idem, 39.

Разделы 1.4. *Неутилитарные вычисления*, 1.5 *Восхищение размерами* и 1.6. *Карнавал вычислений* в целом демонстрируют главные цели Нетца: показать, что математики изучаемого периода использовали запутанную когнитивную текстуру вычислений, по большей части бесполезных, и восхищались как чрезмерно малым, так и чрезмерно большим.

Вторая глава *Стиль разговора математиков* посвящена нарративной культуре эллинистических математиков. Раздел 2.1. *Сфера и цилиндр: мотивация дискуссии* начинается с констатации того, что вершиной математических трудов Архимеда является его трактат *Сфера и цилиндр*, который и следует исследовать с точки зрения обнаружения особого стиля. Этот стиль проявляется уже в том, что трактат включает элементы личной биографии Архимеда,[11] любопытной деталью которой является гордость Архимеда своим достижением.

Как и принято, во введении в свой трактат о сфере Архимед заставляет читателя томиться в ожидании, потому что начинает он с вещей, которые не имеют отношения собственно к сфере, например, с пирамидами, конусами, полигонами. Архимед не объясняет такого порядка вещей до тех пор, пока манипуляции с вращением окружностей и полигонов не приводят к сфере. Внезапно все приходит в порядок и увязывается в единый ход мысли.

Раздел 2.2. включает тщательный анализ структуры доказательства в работах Архимеда и Аполлония *Коники*. Нетц фиксирует следующие особенности представления доказательства:

> Формулировка проблемы, понятной эрудитам; взрыв восторга от умной комбинации, ретроспективно понятой; западня или загадка.[12]

В разделе 2.3. *Представление трактата* обсуждается запутанная структура трактатов Архимеда, которая признается его специальной нарративной техникой. Она основана на ожиданиях и удивлении, которые можно проследить не только у него, но и у Евклида (до определенной степени), и у Диокла в его трактате *О зажигающих зеркалах*. По поводу последнего Нетц делает характерное замечание:

> В целом структура трактата… не является нелогичной. Исследование преимуществ параболоида для конструирования зажигающего зеркала демонстрацией того, как параболоид достигает это цели, сопровождается неявным сопоставлением со сферической поверхностью, и затем решением проблемы конструирования параболоида при заданных условиях. Все это имеет структурный смысл, если принять во внимание *скрытую* структуру трактата. Его поверхностная

[11] Idem, 67.

[12] Idem, 78.

структура является серией прыжков к необъявленным доказательствам, из которых чудом возникают зажигающие зеркала, поверхности и параболы.[13]

Раздел 2.4. *Введение автора* представляет тщательный анализ трактата Гипсикла, которому, как считается, принадлежит Книга XIV *Начал* Евклида. Характерным для этого трактата Нетц отмечает напряжение, связанное с карнавальными вычислениями эллинистических математиков:

> …в аскетические формы греческой дедукции выбрасывается непрозрачная и хаотическая текстура дискурса: в безличную форму греческой геометрии врывается в высшей степени личностный, культурно обрамленный авторский голос.[14]

В разделе 2.5. *Кода: триумф безличного* Нетц разделяет греческие математические трактаты на три типа: (i) игровой, (ii) обзорный и (iii) педагогический. Игривый тип основан на получении результатов удивительными, тонкими способами, где автор слышится особенно отчетливо, и где текстура дискурса намеренно делается туманной, с длинными вычислительными выкладками. Фундаментальная нарративная структура обычно ведет к поразительным результатам в конце трактата, и игровая структура создается ожиданиями читателей на пути к заключительному аргументу. Два других типа вполне традиционны. В стилистическом отношении обзорный тип занимает промежуточное положение между игровым и педагогическим, и в поздней Античности игровой стиль постепенно вытесняется педагогическим.[15]

В главе 3. *Гибриды и мозаики* Нетц исследует многообразие эллинистической математики. Раздел 3.1 *Композициональные вариации* посвящен мозаичной композиции математических трактатов. Примером мозаичности является уже комбинация арифметики и геометрией, но даже более странным является сочетание геометрии с абстрактным исчислением пропорций.[16] Раздел 3.2. *Гибридный трактат* раскрывает еще одну черту эллинистической математики: быстрый переход от одной области к другой, что создает впечатление «дерганий» (jerking). Нетц подытоживает несколько особенностей, типичных для той математики: во-первых, это масса вычислений, во-вторых, это постоянные колебания между жанрами – конкретной физикой и теоретическими абстракциями, геометрией и арифметикой, в-третьих, специфичный стиль риторических структур, которые не являются ни аксиоматичными, ни педагогичными, будучи просто мозаичными. Мозаика подобного рода представляет собой собрание кусков из разных концептуаль-

---

[13] Idem, 87.
[14] Idem, 97.
[15] Idem, 108–109.
[16] Idem, 117.

ных областей, без каких-либо логических связей, но связанных воедино нарративом автора. В этом отношении опять-таки Архимед сознательно выбирает мистифицирующий, неясный, «дерганный» стиль трактата, что заставляет читателя испытывать восторг открытия при обнаружении этой связи.

Раздел 3.3. *Гибридный объект* посвящен понятию гибридного объекта, примером которого у Архимеда выступает геометрический объект с центром тяжести. Такой объект является результатом смешения физики и математики. Другой пример такого рода объектов, говорит Нетц, можно найти у Аполлония: конус является у него результатом не вращения треугольника, а результатом вращения прямой, зафиксированной в точке, вдоль окружности. Результатом этого является порождение не одного, а двух конусов. Следствием этого является то, что каждая гипербола имеет коррелят, и обе гиперболы рассматриваются Аполлонием как один (для нас гибридный) объект.[17] Нетц приводит другие интереснейшие примеры подобного рода, когда математики балансируют между конкретным и абстрактным, математическим и механическим, и дают различные доказательства одних и тех же утверждений, как будто стремятся произвести как можно большее впечатление на читателя. В двух отдельных трактатах Архимед, например, дает три различных доказательства основного измерения параболы, а Эрастофен утверждает множественность его абстрактного и механического подхода к проблеме удвоения куба.

Раздел 3.4. *Виньетки: научное название* имеет дело с метафорами, когда объект именуется не прямо: в качестве примера Нетц приводит термин «эрастофеново решето». Мир математических объектов через подобного рода семиотику увязывается с миром земных объектов.

> Такие научные названия, как «решето» достигают одновременно нескольких поразительных сопоставлений: личного и безличного, абстрактного и конкретного, буквального и метафорического, научного и литературного.[18]

Раздел 3.5. *Математика обращается к литературе* имеет дело с использованием математиками литературных источников, как, например, это происходит с Эрастофеном в случае проблемы удвоения куба: он обращается к «старым трагическим авторам», повествующим о возведении Дворца Миноса с определенными техническими характеристиками. Это обращение к литературе не является чем-то неординарным. На самом деле, к поэзии у греков было самое серьезное отношение: Гомера воспринимали серьезно, и

[17] Idem, 140.

[18] Idem, 151.

сопоставление поэзии и знания не было раздражающим. Столь близкое знакомство повлияло на обе стороны, в частности, воздействовав на александрийскую науку.[19]

Цель главы 4. *Поэтический интерфейс*, по утверждению Нетца, двояка: это исследование того, как поэтическая практика, с одной стороны, дополнительна в отношении точных наук, и с другой стороны, параллельна им.[20] По своему стилю эта глава отличается от первых трех, поскольку больше обращена к поэзии, чем к математике.

Раздел 4.1. *Литература обращается к науке* имеет дело с использованием науки в эллинистической поэзии, тема, которая практически не поднималась в литературе. Нетц рассматривает тексты, содержащие некоторые элементы научного знания: астрономическую поэму *Явления* Арата, географический трактат *Аргонавтика* Аполония, некоторые астрологические работы, фрагменты медицинских работ Никандра, а также *Каменные поэмы* и *Поэмы выздоровления* Нового Посидиппа. Раздел снабжен большим числом поэтических отрывков, и представляет интерес независимо от главной цели книги.

Раздел 4.2. *Текстура эрудиции* сопоставляет громоздкие и запутанные вычисления эллинистических математиков с поэтическим стилем того времени. Здесь для оценки общего замысла Нетца уместна долгая цитата из книги:

> Карнавал эрудиции, очевидный в столь многих литературных эллинистических работах, является важным контекстом для понимания карнавала вычислений, которые обсуждались в главе 1. Я даже смею предположить, что привлекая к анализу карнавал вычислений, можно пролить свет на сам карнавал эрудиции.
>
> Бахтиновское понятие карнавала трудно применить к эллинистической эрудиции, как и к эллинистической математике. В то время как секс и экскременты легко найти в греческом мифе, их присутствие в эллинистической поэзии было бы не замечено просто по той причине, что такие функции охвачены мифом в его архаической, канонической формулировке. В греческой литературе функции нижней части тела не подрывают иронически возвышенное, а скорее поднимают их патетическим присутствием человека внутри самого божества… И все же, можно усмотреть функциональные, структурные приемы, с помощью которых эллинистический взлет эрудиции является контрастом серьезной возвышенности канонической поэзии. Чувство иронии в отношении возвышенного достигается не инверсией телесных функций (как это имеет место у Рабле), но более тонким процессом подрыва: в момент обращения к божественному порядку эллинистический автор предполагает тщетность такого обращения и

[19] Idem, 173.
[20] Idem, 174.

отвращает внимание читателя от божественного к решительно человеческой, земной практике изучения книг.[21]

В этом и других пассажах Нетц проявляет огромную эрудицию, которая позволяет ему в качестве иллюстрации выбрать не часто цитируемую *Aitia* Каллимаха, а его «Гимн Артемиде», потому что именно эта недидактическая работа проявляет тот самый «карнавал эрудиции».[22]

Два последующих раздела – 4.3. *Мозаики и сюрпризы: вводный обзор* и 4.4. *Мозаики с сюрпризы: обзор* – имеют дело с тем, как «мозаичная структура», которую Нетц обнаруживает в математических сочинениях, также есть у поэтов. Здесь в качестве примеров выступают Аполлоний Родосский с его *Аргонавтикой* и Феокрит. Заключительный раздел *Наука и поэзия в Александрии* (которому в книге ошибочно присвоена нумерация 4.4. вместо 4.5) утверждает параллелизм науки и поэзии в следующих аспектах: «карнавальная игра с деталями, самоирония, мозаичная композиция, нарративное удивление, пересечение границ [жанра]».[23]

Своеобразие эллинистической культуры Нетц противопоставляет культуре современной.

> В нашей собственной культуре… наука и поэзия, вообще говоря, проявляют полностью расходящиеся стили. Вероятно, возможно идентифицировать в обоих определенное предпочтение герметичности: наука и поэзия, особенно на Западе, ценят сегодня чувство культурной принадлежности профессиональной элите… Культурная тенденция к профессионализации означает, среди прочих вещей, и то, что различные культурные сферы могут развить различные каноны эстетического наслаждения…. Люди, которые читают и пишут в области математики, ведут жизнь, полностью отличную от жизни людей, которые читают и пишут поэмы.[24]

Вряд ли в этой точной фиксации нынешней ситуации добавлено нечто новое по сравнению с тем, что зафиксировал более полусотни лет назад Ч. Сноу в своей книге *Две культуры и научная революция*.[25] Но богатый материал из истории культуры Античности, представленный Нетцем, поразительно интересен. Нетц исследует специфическую культурную практику, которая проливает свет на вопрос о возникновении культурных артефактов.

---

[21] Idem, 207.
[22] Idem, 206.
[23] Idem, 227.
[24] Idem, 228.
[25] Сноу 1985.

Критики зафиксировали в общем три уровня книги.[26] Первый – дескриптивный – относится к эллинистической математике, содержит ее новое описание с точки зрения стиля сочинений. Второй – объяснительный – заключается в рассмотрении математики в более широком культурном контексте, объяснение формы и процветания в тот период. Третий – методологический, где речь идет об эстетике сочинений. Особенность подхода Нетца состоит в том, что хотя есть много сочинений об эстетике в науке, они касаются объектов изучения, а не эстетики самих артефактов науки.

Одно из объяснений важности эстетики состоит в том, что люди радовались своей работе. То же относится и к читателям этой книги. Хотя книга требует внимательности и терпения, читатель будет вознагражден осознанием богатства античного наследия и его роли в становлении культуры.

Библиография

Сноу, Ч. (1985) «Две культуры и научная революция», *Портреты и размышления*. Москва: Прогресс, 195–226.

Hacking, I. (2014) *Why Is There Philosophy of Mathematic at All*? Cambridge: Cambridge University Press.

Afonasin, E. (2008) "A review of Reviel Netz, William Noel, *Der Kodex des Archimedes. Das Berühmteste Palimpsest der Welt wird entschlüsselt*. München: C.H. Beck, 2007," *Bryn Mawr Classical Review* 2008.09.63. http://bmcr.brynmawr.edu/2008/2008-09-63.html

Latour, B. (2008) "The Netz-works of Greek Deduction," *Social Studies of Science* 38, 441–459.

Netz, R. (1999) *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Netz, R. (2004) *The Transformation of Mathematics in the Early Mediterranean*. Cambridge: Cambridge University Press.

Netz, R. (2009) *Ludic Proof: Greek Mathematics and the Alexandrian Aesthetic*. Cambridge; New York: Cambridge University Press.

Netz, R., Noel, W. (2007) *The Archimedes Codex: Revealing The Secrets Of The World's Greatest Palimpsest*. London: Weidenfeld and Nicolson / Orion Publishing Group.

Mahoney, A. (2010) "A Review of Netz Reviel's *Ludic Proof: Greek Mathematics and the Alexandrian Aesthetic*," *Bryn Mawr Classical Review* 2010.03.59. http://bmcr.brynmawr.-edu/2010/2010-03-59.html

[26] Mahoney 2010.