ПЕРЕВОДЫ

ТЕОН СМИРНСКИЙ

Изложение математических предметов, полезных при чтении Платона

А. И. Щетников

Центр образовательных проектов ΣΙΓΜΑ, Новосибирск
schetnikov@ngs.ru

Theon of Smyrna. Mathematics useful for understanding Plato
Introduction, Russian translation and notes by Andrey Shetnikov
(ΣΙΓΜΑ. The Centre of Educational Projects, Novosibirsk, Russia)

Abstract. The introductory manual by Theon of Smyrna (ca. 70–ca. 135), a Greek mathematician, strongly influenced by the Neo-Pythagorean school of thought, is now translated into the Russian for the first time. The purpose of Theon is to provide the reader interested in Plato with necessary aids, useful for understanding scientific background of Pythagorean and Platonic philosophy. In its present form the treatise deals with arithmetic and numerology (book I, section 1), musical theory (book I, section 2), and astronomy (book II). For other Neo-Pythagorean works in a new Russian translation (esp. these by Nicomachus of Gerasa) see the previous issue of ΣΧΟΛΗ, especially dedicated to the subject.

Keywords. Scientific manual, Greek science, introductions, arithmetic, music, astronomy

От переводчика

Какую математику изучали в античных школах?

Говоря об античной математике, мы в первую очередь вспоминаем о ее наивысших достижениях, связанных с именами Евклида, Архимеда и Аполлония. Заданному в Древней Греции образцу построения математической книги — аксиомы, определения, формулировки и доказательства теорем — в какой-то мере следуют и наши школьные учебники геометрии, так что стиль классической древнегреческой математики и сегодня знаком всякому образованному человеку — правда, не напрямую, а в школьном переложении. Однако большая часть дошедших до нас античных математических трудов по уровню сложности выходит далеко за рамки общей образованности, и чтение этих трудов во все времена — как сейчас, так и прежде — было доступно лишь узкому кругу профессионалов.

О том, какую математику изучали в античных школах, мы знаем по сути дела очень мало. Это утверждение может сперва показаться странным — ведь греческой пайдейе посвящено немалое число статей и монографий, а она, как мы знаем, подразумевала в том числе и изучение четырех пифагорейских математических наук — арифметики, геометрии, гармонии, астрономии. Однако в этих публикациях рассматриваются по преимуществу афинские школы классической эпохи, о которых в диалогах Платона и сочинениях других авторов действительно имеются некоторые сведения. Но что нам известно о том, как и какую математику изучали на протяжении целого тысячелетия ученики бесчисленных школ античного мира? Похоже, что даже о вавилонской учебной математике мы знаем больше, чем о греческой — ведь от вавилонских школ сохранились целые залежи глиняных табличек, а от греческих — ничего или почти ничего.

Мы вряд ли сумеем уверенно сказать, насколько общепринятый порядок обучения математике в античных школах выходил за рамки освоения арифметических действий, решения задач на смекалку и вычисления площадей. Изучалась ли в этих школах «геометрия по Евклиду», а если изучалась, то в каком объеме? Поэмы Гомера знал каждый образованный грек — но знал ли он доказательство той теоремы, которую мы сегодня называем теоремой Пифагора? Плутарх, посвятивший гению Архимеда замечательные строки в *Жизнеописании Марцелла* («…собственными силами вряд ли кто найдет предлагаемое им доказательство, но стоит изучить его, и появляется уверенность, что ты и сам мог бы его открыть: таким легким и быстрым путем идет оно к цели…») — интересно, что он сам знал из полученных Архимедом результатов, не говоря уже о доказательствах?

О школах раннего средневековья пишут обычно, что в них сохранились лишь простейшие начатки античной образованности. Но что, если и в основной массе античных школ преподавались те же самые начатки? Может быть, «массовое» школьное образование при переходе от античности к раннему средневековью по сути своей осталось тем же самым уже в силу того консерватизма, который вообще присущ образовательной сфере, а обрушились в результате идеологического столкновения с христианством лишь «высокие» этажи образовательной системы — такие, как александрийский Мусейон и афинская Академия?

Можно провести такой мысленный эксперимент: представим, что современная наука в одночасье исчезла, а школа осталась. Нетрудно понять, что в школах и дальше будут преподавать ту же самую математику, которая преподается сегодня, и идейные основания для такого преподавания будут порождаться внутри образовательной сферы без какой-либо оглядки на существование «высокой» науки.

Сравним преподавание математики в античной и в современной школе еще по одной позиции. С утверждением М. В. Ломоносова «математику следует учить уже хотя бы потому, что она ум в порядок приводит» согласились бы учителя обеих культурных традиций. Но само упорядочивание ума здесь и там осмыслялось по-разному. В школе Нового времени к математике относятся прежде всего как к гимнастике ума. Учащимся прививается методичность и безошибочность, а соответствие заданным требованиям проверяется на экзаменах. Кроме того, математику оценивают по ее прикладной полезности в науке, технике и финансовых расчетах.

Совсем иным был взгляд на назначение математики в античности. Конечно, умение считать, измерять и вычислять и тогда ценилось в меру его практической полезности. Однако со времен пифагорейцев и Платона математическим наукам приписывалось гораздо более высокое предназначение — быть средством для *очищения ума*. Как говорит Сократ в диалоге Платона *Государство*, «в этих науках очищается и вновь оживает взор души каждого человека, который другие занятия губят и делают слепым, а между тем сохранить его в целости более важно, чем иметь тысячу телесных очей, ведь только при его помощи можно увидеть истину».

И поскольку «божественный Платон» оставался для всей античности непререкаемым авторитетом, идейные основы преподавания математики на протяжении всей античной эпохи должны были оставаться под сильным влиянием его философии.

Теон Смирнский и его сочинение

Теон Смирнский известен нам прежде всего как автор трактата *Изложение математических предметов, полезных при чтении Платона*. О его жизни почти никаких сведений не сохранилось. Клавдий Птолемей в *Альмагесте* (I, 2, 296–299) упоминает ряд астрономических наблюдений, произведенных Теоном в 127–132 гг. н. э., что позволяет датировать жизнь Теона первой половиной II в. н. э.

Теон Смирнский жил приблизительно в одно время с Никомахом Геразским, автором таких сочинений, как *Введение в арифметику* и *Наставление по гармонике* (перевод см. ΣΧΟΛΗ 2 [2008] 75–89, 3 [2009] 91–205) Оба автора ни разу не упоминают друг друга, однако они ставят перед собой схожие цели и осуществляют их похожим образом. Надо заметить, что в сравнении с трактатом Теона сочинения Никомаха отличаются большей подробностью изложения. Быть может, именно по этой причине они неоднократно комментировались и переводились на другие языки; и именно по ним позднейшие поколения знакомились с пифагорейскими математическими учениями и их философским истолкованием в духе платоновской школы. Трактат Теона в сравнении с ними известен в меньшей степени. Зато он содержит некоторые примечательные детали, которых нет у Никомаха.

Первоначально сочинение Теона содержало пять частей, посвященных арифметике, музыке, планиметрии, стереометрии, астрономии — всем пифагорейским математическим наукам. Геометрические книги до нас не дошли, так что мы имеем возможность ознакомиться с тремя частями из исходных пяти. Никомах осуществил такой же план, но из его «энциклопедии математических наук» до нас дошли лишь две части, арифметическая и музыкальная.

Никомах своих предшественников по имени называет весьма редко; напротив, Теон упоминает их достаточно часто. Он обещает вести свое повествование, «без колебаний ссылаясь на то, что было открыто нашими предшественниками, и прежде всего на пифагорейскую традицию, обращаясь к переданному ими и не претендуя ни на какие открытия» (47_{10-14}). Основными своими источниками Теон называет прежде всего компилятивные сочинения I в. н. э., принадлежащие платонику Фрасиллу и перипатетику Адрасту. Он неоднократно ссылается на научные результаты, полученные великими учеными эллинистической эпохи: Архимедом, Эратосфеном и Гиппархом. Упоминает он и таких древних авторов пифагорейской традиции, как Гиппас, Филолай, Архит и Аристоксен.

Трактат Теона посвящен математике, однако обращен он не к специалистам в этих науках, но к широкому кругу учеников философских школ, не получивших специального математического образования. Цель своего труда Теон обозначает в первых строках своего сочинения: «Всякий согласится, что невозможно понять сказанное Платоном о математике, не упражняясь в этой теории. Он и сам не раз показал, что этот опыт не является бесполезным и ненужным. Поэтому повезло тому, кто приступает к чтению сочинений Платона, будучи опытным в геометрии, музыке и астрономии. Однако изучение этих наук не является простым и легким, но требует упорного труда с детских лет. И дабы тот, кто не имел возможности упражняться в математике, но все же хотел бы изучать писания Платона, не потерпел при этом полную неудачу, мы рассмотрим здесь существенные и необходимые характеристики важнейших математических теорем арифметики, музыки, геометрии, стереометрии и астрономии, без которых, как говорил Платон, невозможна блаженная жизнь» (1_1–2_2).

Стиль сочинения Теона отличается от стиля классических математических сочинений. Перечисление результатов не сопровождается никакими доказательствами; и математические знания рассматриваются здесь не сами по себе, но как исходные начала и принципы, позволяющие вести философское рассуждение о природе Вселенной. Порядок и законосообразность, главенствующие в мире чисел, задают образец, в соответствии с которым внимательному человеку открываются космический порядок и понимание божественной сути истинного блага. И математика оказывается той дисциплиной, которая ведет человека к достижению истинного философского знания.

В дошедшем до нас виде сочинение Теона состоит из трех частей: арифметической, музыкальной и астрономической. Это деление до некоторой степени условно, поскольку книга, посвященная учению о музыкальной гармонии, включает в себя многообразный материал, отнесенный Никомахом к ведению чистой арифметики.

Арифметику Теон излагает в том же стиле, что и Никомах, основываясь на принципе упорядоченного и единообразного разворачивания множественного из единого. При этом единое мыслится «началом», «корнем», «семенем» и «матерью» соответствующего многообразия. Под этим углом зрения рассматриваются свойства различных родов чисел, каковые суть числа четные и нечетные, с подразделением четных на отдельные подвиды; числа простые, составные и взаимно простые; избыточные, недостаточные и совершенные; а также многочисленные виды плоских и телесных чисел, в том числе квадратных и гетеромекных, многоугольных и пирамидальных. Большой интерес представляет описание различных алгоритмов, в том числе алгоритма построения сторонних и диагональных чисел и алгоритма разворачивания всех числовых отношений из отношения равенства (подробнее см. мою статью в ΣΧΟΛΗ 2 [2008] 55–74). В трактате дается классификация числовых отношений, перечисляются основные свойства различных пропорций и средних.

В музыкальном разделе трактата Теона излагается пифагорейское учение о числовой гармонии и описание так называемой «совершенной системы». В астрономии Теон передает учение о сферической форме неба и земли, о небесных кругах, восходах и закатах, сравнение моделей эпициклов и эксцентриков, объяснение затмений. Приводит Теон и разнообразный материал мистического и нумерологического характера: переданное Платоном учение о космической диатонике и небесной гармонии, пифагорейское учение о четверице и свойствах чисел первой десятки.

Перевод трактата Теона выполнен по следующему изданию: *Theonis Smyrnaei philosophi Platonici expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium*. Ed. E. Hiller. Leipzig: Teubner, 1878. Учтен также английский перевод: Theon of Smyrna. *Mathematics useful for understanding Plato*. Transl. by R. and D. Lawlor. San Diego: Wizards Bookshelf, 1978.

ТЕОН СМИРНСКИЙ

Изложение математических предметов, полезных при чтении Платона

Введение

Всякий согласится, что невозможно понять сказанное Платоном о математике, не упражняясь в этой теории. Он и сам не раз показывал, что этот опыт не является бесполезным и ненужным. Поэтому повезло тому, кто приступает к чтению сочинений Платона, будучи опытным в геометрии, музыке и астрономии. Однако изучение этих наук не является простым и легким, но требует упорного труда с детских лет. И дабы тот, кто не имел возможности упражняться в математике, но все же хотел бы изучать писания Платона, не потерпел при этом полную неудачу, мы рассмотрим здесь существенные и необходимые признаки важнейших математических теорем арифметики, музыки, геометрии, (2) стереометрии и астрономии, без которых, как говорил Платон, невозможна блаженная жизнь.

Эратосфен написал в книге *Платоник*, что когда делосцы спросили бога, как им избавится от чумы, тот предписал им соорудить алтарь, вдвое больший в сравнении с имевшимся. Эта задача вызвала затруднение строителей, не понимавших, как получить одно тело в два раза больше другого, и они пришли спросить о ней у Платона. Тот ответил, что богу от делосцев нужен не столько двойной алтарь, сколько то, чтобы эллины перестали пренебрегать науками и уделили должное внимание геометрии.

Следуя совету пифии, Платон и сам много говорит о полезности математических наук. Обращаясь к ученикам в *Послезаконии*, он говорит: «Без них человек с любыми природными задатками не станет блаженным в государствах. Есть только этот способ, только это воспитание, только эти науки; и, будь они легки или трудны, их надо освоить, ибо не следует пренебрегать богами».[1] А дальше он говорит, что такой человек «из многого станет единым, будет счастлив, чрезвычайно мудр и блажен».[2]

И в *Государстве* он говорит: «Начиная с двадцати пяти лет, избранные будут пользоваться большим почетом в сравнении с прочими, а наукам, порознь преподававшимся им в детстве, надлежит сделать общий обзор, чтобы показать их родство между собою и с природой бытия».[3] Он советует сперва заниматься

---

[1] Платон, *Послезаконие*, 992а.

[2] Платон, *Послезаконие*, 992b.

[3] Платон, *Государство*, 5737b. У Платона речь идёт не о двадцатипятилетнем, а о двадцатилетнем возрасте.

арифметикой, затем геометрией, третьей идет стереометрия, четвертой — астрономия, которую он называет теорией движущихся тел, и пятой — музыка. Показав, в чем заключается польза математики, он говорит: «Ты, видно, боишься, как бы не показалось, будто ты предписываешь бесполезные науки. Между тем вот что важно, хотя поверить этому и трудно: в этих науках очищается и вновь оживает некое орудие души каждого человека, которое другие занятия губят и делают слепым, а между тем сохранить его в целости более важно, нежели иметь тысячу глаз, ведь только с его помощью можно увидеть истину».[4]

В седьмой книге *Государства* он называет арифметику необходимейшим (4) среди прочих искусств, разумений и знаний, включая даже военное. «Презабавным же полководцем выставляет Агамемнона Паламед в трагедиях! Он называет себя изобретателем чисел и говорит, что это именно он распределил по отрядам войско под Илионом, произвел подсчет кораблей и всего прочего, будто оно не было сосчитано, и будто Агамемнон не знал даже, сколько у него ног, раз он не умел считать».[5] По своей природе арифметика ведет к мышлению, но никто не пользуется ей как влекущей к бытию и побуждающей к мышлению.[6] Ведь однократное восприятие вовсе не пробуждает мысль и не возбуждает ее, и таков определенный палец, будь он толстым или тонким, длинным или коротким. А противоположные восприятия пробуждают рассудок и возбуждают его, когда одно и то же представляется большим и малым, легким и тяжелым, одним и многим.[7] Единое и число пробуждают и возбуждают рассудок, поскольку единое иногда представляется многим. Логистика и арифметика увлекают за собой и ведут к истине. Искусством счета люди должны заниматься не как попало, (5) но до тех пор, пока не придут с помощью мышления к созерцанию природы чисел, и не ради того, о чем заботятся купцы и торговцы, но чтобы привести душу к истине и бытию. Оно влечет душу ввысь и заставляет рассуждать о числах самих по себе, ни в коем случае не допуская, чтобы кто-нибудь подменял их исчислимыми видимыми телами.[8] В той же книге он говорит, что люди, способные к вычислениям, бывают восприимчивы ко всем наукам, и даже тот, кто туго соображает, становится восприимчивее, чем был раньше.[9] А еще он говорит, что на войне это искусство полезно при разбивке лагерей, занятии местностей, стягивании и развертывании войск.[10]

Далее, обозревая науки по порядку, он говорит, что геометрия представляет собой теорию поверхностей, а астрономия — теорию движущихся тел: она с

---

[4] Платон, *Государство*, 527d.
[5] Платон, *Государство*, 522d.
[6] Платон, *Государство*, 523a.
[7] Платон, *Государство*, 524e.
[8] Платон, *Государство*, 525cd.
[9] Платон, *Государство*, 526b.
[10] Платон, *Государство*, 526d.

необходимостью влечет душу ввысь, прочь ото всего здешнего.[11] Там же он говорит и о музыке, поскольку при созерцании сущего необходимы две науки, (6) астрономия и гармония: эти два знания — словно родные сестры, как утверждают пифагорейцы.[12] «Люди трудятся там бесплодно: они соизмеряют воспринимаемые на слух созвучия и голоса. Они настораживают уши, словно ловят звуки голоса из соседнего дома; и одни говорят, что различают какой-то отзвук посреди, и что как раз тут находится наименьший интервал для измерения, другие же спорят с ними, уверяя, что здесь нет никакой разницы в голосах, и они ценят уши превыше ума. Они не дают струнам покоя, накручивая их на колки. Но хорошие арифметики отыскивают знание о том, какие числа созвучны, а какие нет».[13] Все это пригодно для отыскания блага (7) и красоты, а прочее нет. Любой метод, если он доходит до установления общности предметов и приводит к выводу о том, в чем они близки друг к другу, будет способствовать достижению результата.[14] Таковы искусные диалектики: прочие же не способны ни ухватить, ни воспринять разумный довод. И никто не придет к этому, если не будет руководствоваться науками: ведь путь к созерцанию сущего лежит через разумное математическое рассуждение.

В *Послезаконии* Платон вновь обращается к арифметике, называет ее даром бога и утверждает, что без нее никто не станет добродетельным. Затем он говорит: «Мы никогда не стали бы разумными, если бы исключили число из человеческой природы. Дело в том, что душа живого существа вряд ли сможет овладеть всей добродетелью в совокупности, если лишить ее разума. Ведь существу, не знакомому с тем, что такое два, три, нечет или чет, совсем неведомо число как таковое, а потому оно вряд ли сможет дать себе отчет в том, что приобретено только путем ощущений и памяти. (8) А тот, кто лишен истинного рассуждения, никогда не станет мудрым».[15] Если посмотреть, что сказано о прочих искусствах, станет видно, что от них ничего не останется, если исключить арифметику. При рассмотрении искусств может возникнуть мнение, что число не так часто требуется человеческому роду; впрочем, и этого уже достаточно. Однако есть нечто божественное в зарождении и гибели, в познании богопочитания и в исчислении сущего, и без должной прозорливости трудно уяснить и понять, что причиной столь многих наших способностей является число. К примеру, очевидно, что число создает музыку посредством движений и голосов. Более того, оно является причиной всякого блага и никакого зла. А то, что лишено всякого числа, является неисчислимым, беспорядочным, безобразным, неритмичным, совсем нестройным и плохо сочетаемым со всяким сущим.

---

[11] Платон, *Государство*, 529a.
[12] Платон, *Государство*, 530d.
[13] Платон, *Государство*, 531ac.
[14] Платон, *Государство*, 531d.
[15] Платон, *Послезаконие*, 977d.

Далее он продолжает: «Никто никогда нас не уверит, что есть область добродетели, более важная для смертного племени, чем благочестие».[16] Ведь именно через благочестие научаются остальным добродетелям. (9) Затем он показывает, каким образом усваивается благочестие. Он говорит, что из наук первой по порядку идет астрономия. Если кто боится допускать ошибки по отношению к людям, он тем более будет бояться делать ошибки и иметь ложное мнение о богах. Но ложное мнение о богах имеет тот, кто пренебрегает изучением природы чувственно воспринимаемых богов, то есть астрономией. Ведь большинство не знает, что величайшим мудрецом по необходимости должен быть именно истинный астроном, — не тот, кто занимается астрономией по Гесиоду, ограничиваясь наблюдением за заходом и восходом светил, но тот, кто наблюдает семь кругооборотов, а эту природу любому усмотреть нелегко.[17] Чтобы подготовить натуры, способные к этим наукам, следует предварительно многому их научить и с детского и отроческого возраста приучить с помощью математики к настойчивому труду. Первейшим же и важнейшим (10) является знание о числах, но не о тех, что воплощены в телах, а о порождении четного и нечетного и о том значении, которое они имеют по отношению к природе вещей. Далее можно перейти к тому, что носит весьма смешное имя геометрии.[18] В действительности это наука о том, как уподоблять на плоскости числа, по природе своей не подобные. Вслед за этим он упоминает еще одно занятие и искусство, называемое стереометрией: он говорит, что если перемножить три числа, чьи протяженные поверхности подобны либо неподобны по своей сути, то возникают твердые тела, что и в самом деле удивительно и божественно.[19]

В *Законах* он говорит о музыкальных созвучиях так: «Прекраснейшим и величайшим государственным созвучием является мудрость. Ей причастен лишь тот, кто живет сообразно с разумом; а кто ее лишен, тот разрушитель своего дома и никогда не будет спасителем государства, но величайшим невеждой».[20] И в третьей книге *Государства*, чтобы объяснить, что философ является также и музыкантом, он говорит: «Клянусь богами, нам точно так же не овладеть музыкой — ни нам самим, ни тем стражам, которых, по нашим словам, мы должны воспитать, пока (11) мы повсюду не распознаем виды рассудительности, мужества, величия, щедрости и всего того, что им сродни, а также того, что им противоположно, и пока мы не заметим всего этого там, где оно имеется в наличии — само по себе или в изображениях; ни в малом, ни в великом мы не станем этим пренебрегать, но будем считать, что здесь требуется то же самое —

[16] Платон, *Послезаконие*, 989b.
[17] Платон, *Послезаконие*, 990ab.
[18] Попросту — «землемерия».
[19] Платон, *Послезаконие*, 990cd.
[20] Платон, *Законы*, 689d.

искусство и упражнение».[21] Этими словами он ясно показывает полезность музыки, а также то, что только философ является настоящим музыкантом, а дурной человек чужд Музам. И правильно, что имеющего благой и достойный характер следует считать благоразумным, благоразумие же есть проявление благого разума, поскольку оно сопровождается благообразием, ритмичностью и гармоничностью: благообразием в мелодии, гармоничностью в гармонии, ритмичностью в ритме. А злонравие, или испорченность характера, ведет к неразумию, то есть к проявлению дурного разума, неразумие же сопровождается безобразием, неритмичностью и дисгармоничностью в порождаемом и в подражании. Так что лишь имеющий добрый нрав является музыкантом, и он же является настоящим философом, как это уже было показано. Ведь музыка вселяет в душу ритмичность, гармоничность и благообразие, с самого детства проникая в нее посредством подражания и доставляя безвредное удовольствие. Он говорит, что невозможно стать совершенным музыкантом, не усвоив идей благовоспитанности, благопристойности, свободного образа мышления и рассудительности. (12) Конечно, эти идеи содержатся во всем окружающем, и в малом не менее чем в великом. А поскольку познание идей присуще философу, никто не сможет познать ничего пристойного, умеренного и благообразного, если сам он будет безобразным и невоздержанным. Ведь в благообразной, размеренной и гармоничной жизни и в самом деле наличествуют благообразие, уравновешенность и размеренность, и все эти чувственно воспринимаемые сущности являются образами умозрительных идей. Вот и пифагорейцы, которым часто следует Платон, называют музыку гармонией противоположностей, единством множественного и обоюдным взаимным разумением. Ведь ритм и мелос не только сами являются упорядоченными, но и приводят в порядок всю систему; и ее назначение состоит в том, чтобы объединять и согласовывать. Бог также является тем, кто согласует несогласное, и важнейшее деяние бога состоит в том, чтобы с помощью музыки и медицины делать враждебное дружественным. В музыке, говорит он, заключается единомыслие дел, то есть всеобщая аристократия; так что в космосе она по своей природе становится гармонией, в государстве — справедливостью, в доме — благоразумием. Она вносит во множественное порядок и единство. Энергия и польза, говорит Платон, дают о себе знать в четырех частях человечности: душе, теле, доме, городе. Ведь эти четыре части должны быть слажены и приведены в порядок.

О математике Платон еще раз говорит (13) в *Государстве*: «Благой муж сохраняет правильное мнение, приобретенное образованием, и в страданиях, и в удовольствии, и в страстях, и в страхе, и никогда от него не отказывается. А с чем это схоже, я могу объяснить с помощью уподобления. Красильщики, желая окрасить шерсть в пурпурный цвет, сперва выбирают из большого числа оттенков шерсти только одну — белой окраски, затем старательно, разными приемами подготавливают ее к тому, чтобы она получше приняла пурпурный

[21] Платон, *Государство*, 402bc.

цвет, и только потом красят. (14) Выкрашенная таким образом шерсть приобретает такую природу, что стирка, будь то со щелочью или без щелочи, не влияет на цвет. В противном случае, когда красят без предварительной подготовки, краска смывается, линяет и не удерживается».[22] Точно так же следует поступать и с нашими способностями. Мы учим детей музыке, гимнастике, письму, геометрии и арифметике, не преследуя ничего иного, кроме того, чтобы они прочно усвоили целостные добродетели, восприняв их с убежденностью, словно окраску: их мнение станет прочным благодаря природным задаткам и полученному воспитанию, и эту окраску нельзя будет смыть никакими сильными щелочами — ни удовольствием, которое сильнее поташа и золы, ни скорбью, ни страхом, ни страстью, вообще ничем из едких средств.

Мы можем сравнить философию с посвящением в истинные таинства и с передачей истинных мистерий. Посвящение состоит из пяти частей. Первая — исходное очищение: ведь к участию в мистериях допускаются не все желающие, но некоторым объявляется о запрещении — тем, чьи руки нечисты и речи безрассудны; и остальным тоже нужно сперва пройти некоторое очищение. Вслед за очищением идет передача посвящения. (15) Третьим будет так называемое обозрение (ἐποπτεία). Четвертой же ступенью, или целью обозрения, является повязывание головы и возложение венков, дабы посвященные могли передавать учение, быть факелоносцами, иерофантами или иными священниками. Пятая ступень венчает все предыдущие, и она состоит в дружбе с богом и в благой жизни вместе с божеством.

Таким же образом происходит и передача платоновского учения. Первым идет очищение, которое приобретается изучением с детства требуемых математических наук. По словам Эмпедокла, надо очищаться, «отсекши от пяти источников длиннолезвийной медью».[23] И Платон говорит, что надо искать очищения в пяти математических науках, каковые суть арифметика, геометрия, стереометрия, музыка, астрономия. Посвящение состоит в передаче теорем философии, логики, политики и физики. Обозрением он называет занятие умопостигаемым, истинно сущим и идеями. Повязыванием и надеванием венков считается передача теории от усвоивших ее к другим. Пятая ступень — это совершенная и торжествующая благая жизнь, которая, (16) согласно самому Платону, есть уподобление богу, насколько это возможно.

Можно распространяться о полезности и необходимости математики гораздо больше, чем здесь. Но чтобы не подумали, что я чрезмерно восхваляю занятия этой наукой, я перейду к передаче того необходимого, что касается математических теорем, нужных читателю, чтобы стать совершенным знатоком арифметики, геометрии, музыки и астрономии. Но поскольку читателей Платона влечет к себе в первую очередь другое, я постараюсь ограничиться сообщением достаточного для понимания его писаний. Ведь он и сам не хотел,

---

[22] Платон, *Государство*, 429d–430a.

[23] Эмпедокл, 143DK.

чтобы мы до старости лет чертили фигуры или музицировали, поскольку эти науки приличествуют скорее детям, и они предназначены для подготовки и очищения души, дабы она смогла воспринять философию. Тому, кто хотел бы приступить к нашим писаниям или к сочинениям Платона, следует прежде всего ознакомиться хотя бы с первыми элементами геометрии: тогда ему будет легче понимать наши объяснения. Однако сказанное нами поймут и те, кто никогда не занимался математикой.

Мы начнем с запоминания арифметических теорем, связанных с музыкальными числовыми теоремами. Никакие музыкальные инструменты нам для этого не нужны, как это разъяснил сам Платон, сказавши, что (17) нет никакой нужды дергать за струны, как это делают «охотники за слышимыми звуками». Надо стремиться к тому, чтобы постичь космическую гармонию и музыку, а она познается не иначе, как через предварительное созерцание чисел. Когда Платон ставит музыку на пятое место, он говорит о космической музыке, состоящей в движении, порядке и созвучии перемещающихся звезд. Но нам следует поместить ее на второе место после арифметики, что согласуется и с самим Платоном: ведь никто ничего не поймет в космической музыке, пока не разберется с умопостигаемой музыкой, воплощенной в числах. И поскольку числовая теория музыки тесно связана с чистой теорией чисел, мы поставим ее на второе место, чтобы облегчить ее изучение.

Первой по природе идет теория чисел, так называемая арифметика. Второй — теория плоских поверхностей, так называемая геометрия. Третья, стереометрия, имеет дело с телами. Четвертая — с движущимися телами, и это будет астрономия. А музыка рассматривает связанные между собой движения и интервалы, и мы не сможем ее понять, если прежде не усвоим то, что касается чисел. Следуя нашему плану, мы рассмотрим числовую теорию музыки сразу после арифметики; однако в природном порядке музыкальная теория космической гармонии стоит на пятом месте.

Арифметика

Одно и единица

Согласно пифагорейскому преданию, (18) числа являются началом, источником и корнем всего. Число есть собрание единиц, или начинающееся с единицы восхождение множеств и завершающееся на единице нисхождение. Единица же представляет собой предельное количество (начало и элемент числа), которое, будучи удалено из множества посредством отнятия и изолировано от него, остаётся одиноким и неизменным: ведь его дальнейшее рассечение невозможно. Если мы разделим чувственно воспринимаемое тело на части, по количеству оно станет из одного многим, и если каждую часть продолжать делить, всё окончится на *одном*; и если мы далее разделим *одно* на части, эти части произведут множество, и деление частей снова окончится на *одном*. Ведь *одно* не имеет частей и является неделимым. Всякое число при разделе уменьшается и делится на части, меньшие его самого; к примеру, $6 = 3 + 3 = 4 + 2 = 5 + 1$. Если среди чувственно воспринимаемых вещей *одно* делится, оно уменьшается телесно и делится на части, меньшие его самого, но по числу оно увеличивается: ведь *одно* производит многое. Выходит, что *одно* является неделимым. Ведь ничто не делится на части, большие его самого. А *одно* (19) делится на части, которые и больше целого, поскольку деление происходит в числах, и равны целому. К примеру, если чувственно воспринимаемую единицу разделить на шесть частей, по числу эти части могут быть и равны целому: 1, 1, 1, 1, 1, 1, и быть больше целого, если разделить её на 2 и 4, ведь числа 2 и 4 больше *одного*. И в качестве числа единица неделима.

А называется она единицей, будучи неизменной и не выходящей за пределы своей природы. Ведь если её умножить на единицу, получится единица, единожды одно — это одно, и такое умножение на единицу будет давать единицу до бесконечности. Ещё она называется единицей, потому что получается удалением и отделением от числового множества. Но как число отличается от счислимого, так единица от *одного*. Число есть умопостигаемое количество, к примеру, 5 как таковое и 10 как таковое, бестелесное и не воспринимаемое чувствами, но одним лишь умом. Счислимое же есть чувственно воспринимаемое количество — 5 лошадей, 5 быков, 5 человек. Единица является умопостигаемой идеей *одного*, и она неделима; а *одно* воспринимаемо чувствами, и о нём говорят как об *одном*: одна лошадь, один человек.

Началом чисел является единица, а началом счислимого — *одно*. И *одно*, будучи воспринимаемым чувственно, (20) может быть делимо до бесконечности, но не как число и начало чисел, а как чувственно воспринимаемое. А умопостигаемая единица по своей сути неделима, в отличие от чувственно воспринимаемого *одного*, делимого до бесконечности. Счислимые предметы также отличаются от чисел, ведь первые телесны, а вторые бестелесны.

С наивной точки зрения ближайшими началами числа считались единица и двойка; согласно пифагорейцам, таковы идущие друг за другом по порядку пределы, мыслимые как нечётное и чётное, и тройка является началом чувственно воспринимаемых трёх, четвёрка — четырёх, и так для всех чисел. А ещё они заявляют, что единица является началом всех этих чисел, и что *одно* в числах свободно от изменений, будучи только *одним*, и оно не отличается от другого *одного* по количеству, ведь каждое из них само по себе *одно*. Поэтому оно становится началом и мерой того, что существует само по себе; и всякое сущее называется *одним*, будучи причастным к первичной сущности и идее *одного*.

Архит и Филолай говорили об *одном* и о единице, не различая их, так что они называли единицу *одним*. Многие называют саму по себе единицу первой единицей, будто бывают и не первые единицы, и будто бы такие единица и *одно* являются более общими (они говорят и об *одном* тоже), (21) и будто бы она является первой и умопостигаемой сущностью *одного*, делая все прочие вещи *одним*: каждое из них называется *одним* по причастности к единице. Поэтому имя «одно» как таковое не находится ни в каком роде, но прилагается ко всем. Так что единица и *одно*, будучи и умопостигаемыми и чувственно воспринимаемыми, вовсе не отличаются друг от друга.

Другие отмечают иное различие между единицей и *одним*. Ведь *одно* не меняется по сути и не является причиной изменения сущности единицы и нечётных чисел, и оно не меняется ни качественно, ибо оно уже является единицей, а единиц может быть много, ни по количеству, в отличие от единиц, к которым может быть присоединена другая единица. Будучи *одним*, а не многим, оно как раз и называется *одним*-единственным. И хотя Платон в *Филебе* говорит об «одницах»,[24] это сказано не об одном, а об *однице*, которая есть единица, причастная *одному*. Неизменное *одно* всюду служит определением единицы. И *одно* отличается от единицы, поскольку оно определено и ограничено, а единицы безграничны и беспредельны.

Чётные и нечётные числа

Числа в первую очередь подразделяются надвое: одни называются чётными, а другие — нечётными. Чётные числа суть те, которые делятся на две равных половины, и таковы двойка и четвёрка, а нечётные делятся только на неравные, каковы 5 или 7.

Одни говорят, что единица является первым нечётным числом. Ведь чётное противоположно нечётному, и единица должна быть чётной либо нечётной; но (22) она не может быть чётной, поскольку не делится поровну, ибо не делится вообще; следовательно, единица нечётна. Если к чётному прибавить чётное, всегда получится чётное; но единица, прибавленная к чётному, всегда производит нечётное, стало быть, она снова окажется не чётной, но нечётной.

Однако Аристотель в *Пифагорейце* говорит, что *одно* причастно обеим природам. В самом деле, прибавленная к нечётному числу, оно производит чётное, а к чётному — нечётное, и оно не могло бы делать этого, не будучи причастным обеим природам; поэтому *одно* называют чётно-нечетным. Так же считает и Архит.

Единица является первой идеей нечётного, и в космосе нечётное сопряжено с определённым и правильным. А первой идеей чётного является неопределенная двойка, и в космосе чётное сопряжено с неопределённым, непонятным и беспорядочным. А двойка называется неопределённой, в отличие от определённой единицы.

Пусть последовательные члены идут от единицы с одинаковым возрастанием в единицу, так что каждый следующий на единицу больше предыдущего. При этом отношение соседних членов постоянно уменьшается. Вот числа 1, 2, 3, 4, 5, 6: отношение двойки к единице — двукратное, тройки к двойке — полу-

---

[24] Платон, *Филеб*, 15a.

торное, четвёрки к тройке — сверхтретье, пятёрки к четвёрке — сверхчетвертное, шестёрки к пятёрке — сверхпятерное. И сверхпятерное отношение меньше сверхчетвертного, (23) сверхчетвертное — сверхтретьего, сверхтретье — полуторного, полуторное — двукратного. Для прочих чисел их отношение ведёт себя так же. И можно видеть, как числа попеременно будут чётными и нечётными.

Первые или несоставные числа

Некоторые числа называются первыми вообще и несоставными, некоторые — первыми между собой, но не вообще, некоторые — составными вообще, некоторые — составными между собой. Первыми [25] вообще и несоставными называются те, которые измеряются не числом, но одной лишь единицей, каковы 3, 5, 7, 11, 13, 17 и подобные им. Их называют также линейными и измеряющими прямую, потому что длины и линии рассматриваются в теории как одномерные. О них же говорится как о нечётно-нечётных. Тем самым они называются пятью именами: первые, несоставные, линейные, измеряющие прямую, нечётно-нечётные. И они измеряются только единицей. Ведь три не измеряется никаким числом и не является кратным никакому числу, кроме единицы: единожды три — это три. Так и единожды 5 будет 5, и единожды 7 будет 7, и единожды 11 будет 11. Поэтому они называются нечётно-нечётными: ведь и сами они в качестве результата измерения являются нечётными, и измеряющая их единица тоже нечётна. Поэтому первые и несоставные числа бывают только нечётными. Ведь чётные числа не являются ни простыми, ни несоставными, и измеряются они не только единицей, но и (24) другими числами: четыре — двумя двойками, ведь дважды 2 будет 4; шесть — двойкой и тройкой, ведь дважды 3 будет 6 и трижды 2 будет 6; и прочие чётные числа, за исключением двойки, измеряются числами, большими единицы. Лишь одна двойка в этом отношении подобна нечётным числам, ибо она измеряется только единицей: единожды 2 будет 2. Поэтому говорят, что по виду она схожа с нечётными числами.[26]

Первыми между собой называются числа, не имеющие иной общей меры, кроме единицы, даже если сами они измеряются другими числами. Так 8 измеряется числами 2 и 4, 9 — числом 3, и 10 — числами 2 и 5. И они в качестве общей меры и между собой, и для своих первых [27] имеют только единицу. Ведь и трижды 1 будет 3, и восемью 1 будет 8, и девятью 1 будет 9, и десятью 1 будет 10.

---

[25] Греки говорили о *первых числах*, мысля их как начала последовательностей кратных чисел; мы называем эти числа *простыми*, делая акцент на их неразложимости на множители.

[26] Двойка — единственное чётное простое число.

[27] Т. е. для тех простых сомножителей, на которые эти составные числа разлагаются.

Составные числа

Составными называются числа, которые измеряются числами меньшими, нежели они сами. Так 6 измеряется двойкой и тройкой. Составными между собой называются имеющие общую меру: таковы 8 и 6, ведь их общая мера — двойка, ибо трижды 2 будет 6 и четырежды 2 будет 8. Таковы 6 и 9, ведь их общая мера — три, ибо дважды 3 будет 6 и трижды 3 будет 9. А единица — не число, но начало числа, равно как и неопределённая двойка, первая отличная от единицы и не имеющая меры большей, чем единица. Составные, охватываемые двумя множителями, называются плоскими, ибо в теории они рассматриваются как имеющие два (25) протяжения и охватываемые длиной и шириной; а если множителей три, числа называются телесными, так как в них появляется третье протяжение. А числа, полученные перемножением этих видов, называются превышающими.[28]

Разновидности чётных чисел

Среди чётных чисел имеются чётно-чётные, нечётно-чётные и чётно-нечётные.

Чётно-чётные числа характеризуются тремя признаками: во-первых, они получаются перемножением двух чётных чисел; во-вторых, все их части, следующие за единицей, являются чётными; в-третьих, ни одна их часть не одноимённа [29] с нечётным числом. Таковы числа 32, 64, 128 и вообще те, что идут в прогрессии удвоения. Действительно, 32 получается из 4 и 8, и они чётные; и все его части чётные, половина 16, четверть 8, восьмая 4; и все эти части одноимённы с чётными числами, ведь половине соответствует двойка, и то же самое для четверти и восьмой. Это соотношение подходит и к прочим таким же числам.

Чётно-нечётные числа суть те, которые измеряются двойкой и нечётными числами, и после первого деления пополам их половины имеют только нечётные меры. К примеру, дважды 7 есть 14. Они называются чётно-нечётными, потому что измеряются чётной двойкой и нечётными числами: два измеряется одним, шесть измеряется тремя, десять измеряется пятью, четырнадцать измеряется семью. После первого деления пополам из них образуются нечётные числа, и за первым делением на равные части (26) больше таких делений нет. Так половиной 6 будет 3, и 3 не делится на равные части: ведь единица неделима.[30]

Нечётно-чётные числа суть те, которые получаются перемножением двух чисел, одно из которых нечётное, а другое чётное, делящееся на две равные чётные части, а при следующем делении этих чётных частей пополам получа-

---

[28] В том смысле, что они числом сомножителей превышают три пространственных измерения.

[29] Восьмая часть одноимённа с числом восемь, и т. п.

[30] Единица, находящаяся в середине нечётного числа.

ются нечётные числа. Таковы 12 и 20; ведь 3 × 4 = 12 и 5 × 4 = 20; и 12 делится пополам на 6 + 6,[31] и натрое 4 + 4 + 4, и начетверо, поскольку оно есть 4 × 3; а 20 пополам будет 10, начетверо — 5, на пять частей — 4.

Разновидности плоских чисел

Среди составных чисел имеются равно-равные, каковые суть четырёхугольные и плоские,[32] получающиеся от перемножения двух равных чисел (и результат есть равно-равное или квадрат). Так 4 = 2 × 2, и 9 = 3 × 3. А неравно-неравные получаются при перемножении неравных чисел. Таковым будет 6, поскольку 2 × 3 = 6.

Среди последних гетеромекными называются числа, у которых одна сторона больше другой на единицу. Но на единицу различаются нечётное и чётное число, (27) так что все гетеромекные числа являются чётными. Началом всех чисел служит единица; и она, будучи нечётной, при удвоении даёт гетеромекную двойку. И вот двойка, гетеромекная по сути и отстоящая от единицы на единицу, порождает чётные числа, а они превосходят нечётные на единицу и вместе с ними производят гетеромекные числа.

Производят же они их двояко, умножением и сложением. Сложением последовательных чётных чисел гетеромекные числа получаются так. Возьмём по порядку чётные числа 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18. Последовательное сложение даёт 2 + 4 = 6, 6 + 6 = 12, 12 + 8 = 20, 20 + 10 = 30. Так получаются гетеромекные числа 6, 12, 20, 30. И далее действует этот же принцип (λόγος).

Те же гетеромекные числа получаются умножением последовательных чётного и нечётного чисел, предыдущего на последующее. Возьмём числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. И вот 1 × 2 = 2, 2 × 3 = 6, 3 × 4 = 12, 4 × 5 = 20, 5 × 6 = 30. Далее действует этот же принцип. Эти числа называются гетеромекными, потому что добавление единицы к одной из сторон даёт первое различие сторон.

Паралеллограммическое число есть такое, у которого одна сторона превосходит другую на две единицы.[33] (28) Таковы 2 × 4, 4 × 6, 6 × 8, 8 × 10, что даёт 8, 24, 48, 80.

Квадратные числа возникают сложением последовательных нечётных чисел. Пусть будут последовательные нечётные числа 1, 3, 5, 7, 9, 11. И вот 1 + 3 = 4, и это число квадратное и равно-равное, ведь 2 × 2 = 4; 4 + 5 = 9, и оно тоже квадратное, ведь 3 × 3 = 9; 9 + 7 = 16, и оно тоже квадратное, ведь 4 × 4 = 16; 16 + 9 = 25, и оно тоже квадратное и равно-равное, ведь 5 × 5 = 25; и далее выполняется

---

[31] В греческом тексте знака «+» нет, а стоит союз «и».

[32] Далее мы будем, модернизуя перевод, называть такие числа «квадратными».

[33] Этот термин в таком значении нигде больше в античной математической литературе не засвидетельствован. Было бы интересно разобраться, при доказательстве каких арифметических теорем возникает потребность в выделении параллелограммических чисел.

тот же принцип. Таково получение квадратных чисел сложением, когда нечётные числа, следующие за единицей, производят квадратные числа при сложении. А через умножение они возникают, когда любое число умножается на себя: 2 × 2 = 4, 3 × 3 = 9, 4 × 4 = 16.

Для всех последовательных квадратных чисел средними между ними в геометрической пропорции будут гетеромекные числа (то есть такие, у которых одна сторона больше другой на единицу); но для последовательных гетеромекных чисел квадратные числа не будут средними пропорциональными. Пусть будут числа 1, 2, 3, 4, 5. Каждое из них умножением на себя производит квадрат: 1 × 1 = 1, 2 × 2 = 4, 3 × 3 = 9, 4 × 4 = 16, 5 × 5 = 25. Они не выходят из своих пределов: ведь двойка (29) удваивается, и тройка утраивается. И последовательные квадраты суть 1, 4, 9, 16, 25. А средними между ними будут гетеромекные числа. Два последовательных квадрата суть 1 и 4, и среднее между ними есть 2. В прогрессии 1, 2, 4 среднее 2 так же относится к предшествующему, в каком отношении к нему находится последующее. Ведь 2 является двойным к единице, и 4 к 2 тоже. И опять, пусть будут квадраты 4 и 9, средним между ними будет гетеромекное число 6. В прогрессии 4, 6, 9 среднее 6 так же относится к предшествующему, в каком отношении к нему находится последующее. Ведь 6 является полуторным к 4, и 9 к 6 тоже. Далее выполняется такой же принцип.

Что касается гетеромекных чисел, получающихся перемножением разнящихся на единицу сомножителей, они и не остаются в своих пределах, и не охватывают квадратов. Вот 2 × 3 = 6, 3 × 4 = 12, 4 × 5 = 20; и ни один из сомножителей не остаётся в своих пределах, но они изменяются при перемножении: двойка — в тройку, тройка — в четвёрку, четвёрка — в пятёрку. Далее, эти гетеромекные числа не охватывают квадратных чисел. Пусть будут последовательные гетеромекные числа 2 и 6, и в порядке между ними находится квадратное число 4. Но оно не охватывается ими пропорционально, образуя одинаковые отношения с крайними. Возьмём по порядку 2, 4, 6: и четвёрка производит разные отношения с краями, ведь 4 к 2 будет (30) двойным, а 6 к 4 — полуторным. А среднее пропорциональное таково, что первое имеет такое же отношение к среднему, какое среднее к третьему. Так же в порядке между гетеромекными числами 6 и 12 находится квадратное число 9. И оно не обнаруживает равных отношений с краями в последовательности 6, 9, 12: ведь 9 к 6 будет полуторным, а 12 к 9 — сверхтретьим. Далее выполняется такой же принцип.

Продолговатое число есть такое, которое образуется перемножением двух неравных чисел, различающихся на единицу, двойку или любую другую разницу, и таково число 24 = 6 × 4 и другие. Продолговатые числа разделяются натрое. Продолговатыми являются все гетеромекные числа, ведь их стороны таковы, что одна из них больше другой. Но обратное неверно, и не все продолговатые числа являются гетеромекными: ведь когда одна сторона превышает другую более чем на единицу, это будет продолговатое число, но не гетеромекное; гетеромекное же число есть такое, у которого одна сторона больше другой на единицу. Таково число 6, поскольку 2 × 3 = 6. Число будет также продолговатым, когда его стороны при разных перемножениях различаются и на единицу, и больше чем на единицу. Таково число 12, ведь это и 3 × 4, и 2 × 6, и если его представить как 3 × 4, оно будет гетеромекным, а если как 2 × 6, оно будет продолговатым. Ещё бывают такие продолговатые числа, у которых при любом перемножении одна сторона превышает другую более чем на единицу. Таково число 40, которое есть и 4 × 10, (31) и 5 × 8, и 2 × 20. Такие числа являются только продолговатыми. Гетеромекное же число является первым искажением числа, образованного равными числами; первое искажение есть добавление единицы к одной из сторон. Поэтому числа, получающиеся первым искажением сторон, по праву называются гетеромекными. Но те числа, у которых одна сторона количественно превышает другую более чем на единицу, из-за такого различия длин называются продолговатыми.

Плоские числа суть те, которые получаются перемножением двух чисел — длины и ширины. Среди них имеются треугольные числа, квадратные, пятиугольные и далее многоугольные по порядку. Треугольные [и многоугольные] числа порождаются следующим способом.

Прежде всего, последовательно складываемые чётные числа производят последовательные гетеромекные числа. Вот первое чётное число 2, и оно гетеромекное, ведь оно равно 1 × 2. Если к двум прибавить 4, получится 6, и оно тоже гетеромекное, ведь оно равно 2 × 3. И так до бесконечности по такому же принципу.

Чтобы прояснить сказанное, мы продемонстрируем его так. Первая двойка есть дважды записанная альфа:

α α

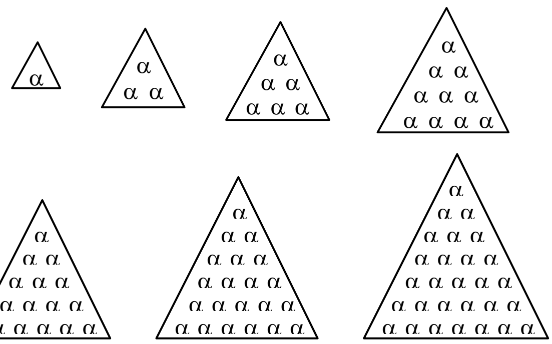
Эта фигура является гетеромекной: ведь по длине она равна двум, а по ширине — одному. За двумя идёт чётное число 4. Если мы возьмём две первых альфы и затем охватим 4 вокруг 2, получится гетеромекная фигура 6: ведь её длина равна трём, а ширина 2. За 4 идёт чётное число 6. Охватив им первые 6, получим 12, и когда оно охватывает наличное, получается гетеромекная фигура, которая имеет длину 4 и ширину 3. Далее чётные складываются по тому же принципу.

α α α   α α α α
α α α   α α α α
             α α α α

Напротив, последовательно складываемые нечётные числа производят квадратные числа. Пусть будут последовательные нечётные числа 1, 3, 5, 7, 9, 11. Складываемые последовательно, они производят квадратные числа. Вот первое нечётное число 1, и оно равно 1 × 1. Следующим нечётным будет 3. Если его как гномон приложить к одному, получится квадратное равно-равное, ведь оно равно 2 по длине и 2 по ширине. Следующим нечётным будет 5. Если его как гномон приложить к квадратному числу 4, получится квадратное 9, ведь оно равно 3 по длине и 3 по ширине. Следующим нечётным будет 7. Если его приложить к 9, получится 16, которое равно 3 по длине и 3 по ширине. И далее по тому же принципу.

α α	α α α	α α α α
α α	α α α	α α α α
	α α α	α α α α
		α α α α

А если последовательно складывать не одни лишь чётные (33) или одни лишь нечётные, но чётные и нечётные подряд, то будут возникать треугольные числа. Расположим нечётные и чётные одно за другим: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Из них составлением получаются треугольные числа. Первой идёт единица: и она, не так на деле, как в возможности, по сути является началом всех чисел. Если к ней приставить следующую по порядку двойку, получится треугольное число 3. Приставим 3, получится 6; приставим 4, получится 10; приставим 5, получится 15; приставим 6, получится 21; приставим 7, получится 28; приставим 8, получится 36; приставим 9, получится 45; приставим 10, получится 55; и далее до бесконечности по тому же принципу. То, что эти числа треугольные, становится ясным на схеме, где к уже имеющимся числам прибавляются последовательные гномоны. Этим прибавлением получаются треугольные числа 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55.



(34) Как сказано выше, квадратные числа возникают при сложении последовательных нечётных чисел, начиная с единицы. Получается, что они попеременно являются чётными и нечётными, ибо все числа по очереди являются чётными и нечётными: таковы 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100. Когда чётные и нечётные числа выстроены по порядку за единицей, так получается, что гномоны, из которых составляются квадратные числа, превосходят друг друга на двойку, как уже было показано. А превосходящие друг друга на двойку, начиная с единицы, являются нечётными.

Подобным образом из чисел, идущих от единицы с разностью в тройку, при сложении возникают пятиугольные числа, с разностью в четвёрку — шестиугольные, и всегда разность гномонов, из которых получается многоугольник, на двойку меньше числа углов.

В многоугольных числах имеется и другой порядок, связанный с умножением чисел, начиная с единицы. Ведь когда идущие за единицей числа образуются умножением (то есть удвоением, утроением и так далее), то если число умножается на себя один раз, всегда получаются квадратные числа; если оно умножается на себя дважды, всегда получаются кубы; если умножается на себя пять раз,[34] получаются кубы и квадраты, причём стороны кубов являются квадратными числами, а стороны квадратов — кубическими числами. И то, что при умножении на себя чисел, начиная с единицы, получаются квадратные числа, при двукратном умножении — кубы, при пятикратном — кубы и квадраты, мы покажем так. Рассмотрим последовательные числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25. Среди них первое удвоенное есть 2. За ним идёт 4, квадратное. За ним 8, кубическое. За ним 16, квадратное. За ним 32. За ним 64, и квадратное, и кубическое. За ним 128. За ним 256, квадратное. И далее до бесконечности по тому же принципу. И при многократном умножении на три обнаруживается такое же чередование квадратов, и при умножении на пять, и при любом следующем умножении. Таким же образом обнаруживается, что члены умножения через два являются кубами, а через 5 — кубами и квадратами.

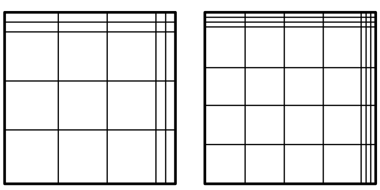
Квадратам присуще то, что все они либо делятся на три, либо делятся на три после отнятия единицы; и они же либо делятся на четыре, либо делятся на четыре после отнятия единицы.[35] Они либо после отнятия единицы делятся на три, а без отнятия делятся на 4, каково число 4; либо после отнятия единицы делятся на четыре, а без отнятия на 3, каково число 9; либо делятся и на три, и на четыре, каково число 36; либо не делятся (36) ни на три, ни на четыре, но после отнятия единицы делятся и на три, и на четыре, каково число 25.

Одни числа являются равно-равными и квадратными, а другие неравно-неравными, гетеромекными или продолговатыми, и плоские получаются из двух сомножителей, а телесные из трёх. Числа называют плоскими, треугольными, квадратными, телесными и иными именами не в собственном смысле, но по сходству с пространством, которое они вымеряют. Так 4 вымеряет квадратное пространство, и потому называется квадратным, и 6 по этой же причине называется гетеромекным.

---

[34] Пять умножений — шесть сомножителей, и т. п.

[35] Продемонстрируем оба этих факта на схемах фигурных чисел:



Среди плоских чисел все квадраты подобны друг другу, а из гетеромекных [36] подобны те, которые охватываются сторонами, образующими пропорцию. Пусть будет гетеромекное число 6, его стороны суть: длина 3, ширина 2. Другое плоское число пусть будет 24, его стороны суть: длина 6, ширина 4. И как длина к длине, так и ширина к ширине; ведь как 6 к 3, так и 4 к 2. Поэтому плоские числа 6 и 24 являются подобными. Такие числа могут изображаться как стороны, когда они вытянуты в длину, или как плоские, (37) когда они получаются перемножением двух чисел, либо как телесные, когда они получаются перемножением трёх чисел. Среди телесных чисел все кубы подобны друг другу, а из прочих те, стороны которых образуют пропорцию, когда длина к длине, как ширина к ширине, как глубина к глубине.

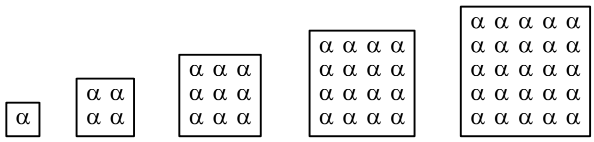
Первым плоским и многоугольным числом будет треугольное, как первой плоской прямолинейной фигурой является треугольник. Его порождение рассматривалось выше, когда к первому числу последовательно прибавлялись чётные и нечётные числа. Все такие последовательные числа, составляют ли они треугольники, квадраты или другие многоугольники, называются гномонами. Стороны любого треугольного числа всегда имеют столько единиц, сколько гномонов было составлено вместе. Первой идёт единица, о которой говорят как о треугольнике не на деле, но в возможности: являясь семенем всех чисел, она содержит в себе и треугольную возможность тоже. Прибавленная к ней двойка порождает треугольник, стороны которого содержат столько единиц, сколько гномонов составлялось вместе, то есть две. Весь треугольник содержит столько единиц, сколько их содержалось в составленных вместе гномонах. Ведь один и гномон-два вместе дают 3, и треугольник (38) состоит из трёх единиц, а каждая сторона — из двух, столько гномонов было составлено вместе. К треугольнику 3 прибавляется гномон 3, который на двойку больше единицы, и в результате получается треугольник 6. Его стороны содержат столько единиц, сколько гномонов было составлено вместе, поскольку 1 + 2 + 3 = 6. К треугольнику 6 прибавляется 4, что даёт треугольник 10, каждая сторона которого содержит 4 единицы. Ведь прибавленный гномон равен 4, и целое состоит из четырёх гномонов, 1 + 2 + 3 + 4. К треугольнику 10 прибавляется 5, что даёт треугольник 15, каждая сторона которого содержит 5 единиц. И он состоит из 5 гномонов. Подобным образом из гномонов получаются гномические числа.

Некоторые числа называются круговыми, сферическими и возвратными. Таковы те, которые при плоском или телесном перемножении, согласно двум или трём протяжениям, возвращаются к первоначальному числу. Таков круг, который возвращается (39) к начальной точке: ведь он охватывается одной линией, которая откуда начинается, там и оканчивается. Такова телесная сфера: ведь кругом охватывается сторона, и при описывании сферы начало совпадает с концом. И числа, которые при умножении заканчиваются на самое себя,

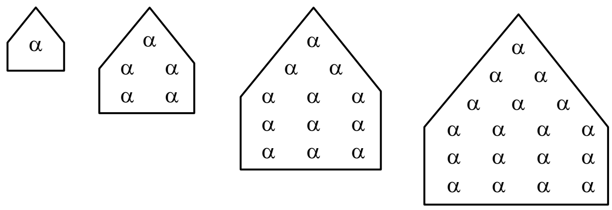
[36] Оговорка — должно быть «из продолговатых».

называются круговыми и сферическими. Таковы 5 и 6. Ведь 5 × 5 = 25, 5 × 25 = 125; и 6 × 6 = 36, 6 × 36 = 216.

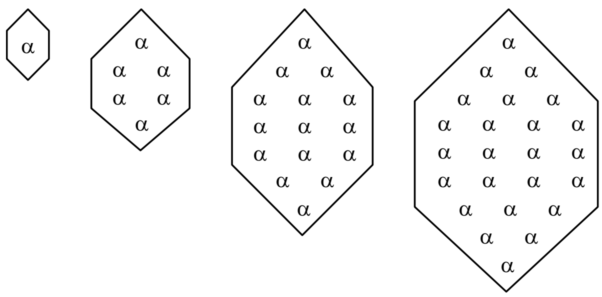
Как сказано, квадратные числа порождаются сложением нечётных чисел, идущих от единицы с увеличением на два. Ведь 1 + 3 = 4, 4 + 5 = 9, 9 + 7 = 16, 16 + 9 = 25.



Пятиугольные числа суть те, которые получаются сложением чисел, идущих от единицы с увеличением на три. Их гномоны будут 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19; а сами пятиугольные числа будут 1, 5, 12, 22, 35, 51, 70 и так далее. Схематически пятиугольные числа изображаются так:



Шестиугольные числа суть те, которые получаются сложением чисел, идущих от единицы с увеличением на четыре. Их гномоны будут 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25; а сами шестиугольные числа будут 1, 6, 15, 28, 45, 66, 91 и так далее. Схематически шестиугольные числа изображаются так:



Семиугольные числа суть те, которые получаются сложением чисел, идущих от единицы с увеличением на пять. Их гномоны будут 1, 6, 11, 16, 21, 26; а сами семиугольные числа будут 1, 7, 18, 34, 55, 81. Подобным же образом восьмиугольные числа получаются сложением чисел, идущих от единицы с увеличением на шесть; девятиугольные числа получаются сложением чисел, идущих от единицы с увеличением на семь; десятиугольные числа получаются сложением чисел, идущих от единицы с увеличением на восемь. И вообще для всех многоугольных чисел, если отнять две единицы от количества (41) углов, то получится та разность, которую имеют между собой числа, из которых складывается многоугольное число.

Сумма двух последовательных треугольников будет квадратом: 1 + 3 = 4, 3 + 6 = 9, 6 + 10 = 16, 10 + 15 = 25, 15 + 21 = 36, 21 + 28 = 49, 28 + 36 = 64, 36 + 45 = 81. Следующие треугольники при сложении также дают квадрат, подобно тому, как в линиях треугольные фигуры складываются в квадратную.

Телесные и пирамидальные числа

Из телесных чисел одни имеют равные стороны (когда перемножаются три равных числа), другие — неравные. Среди последних у одних все стороны неравны, у других две равны, а третья нет. И там, где две равны, третья может быть больше или меньше. Когда все стороны равны, равно-равно-равные числа называются кубами. Когда все стороны неравны, неравно-неравно-неравные числа называются алтарями. Когда две стороны равны, а третья сторона меньше этих двух, равно-равно-уменьшенные числа называются плитками. Когда две стороны равны, (42) а третья сторона больше этих двух, равно-равно-увеличенные числа называются балками.

Пирамидальные числа суть те, которыми вымеряются пирамиды и усечённые пирамиды. Усечённая пирамида есть та, у которой отрезана вершина. Некоторые говорят также о трапецоидах, схожих с плоскими трапециями; ведь трапецией называется фигура, получаемая из треугольника при отсечении вершины прямой линией, параллельной основанию.

Сторонние и диагональные числа

Подобно тому как числа потенциально имеют отношения треугольные, четырёхугольные, пятиугольные (43) и соответствующие прочим фигурам, так мы могли бы найти сторонние и диагональные отношения, обнаруживающиеся у чисел в соответствии с семенными отношениями, ибо по ним упорядочиваются фигуры. А так как над всеми фигурами согласно наивысшему и семенному отношению начальствует единица, то и отношение диагонали к стороне отыскивается в единице. Возьмём две единицы; положим, что одна из них есть диагональ, другая же — сторона, ибо единица, будучи началом всех вещей, потенциально должна быть и стороной и диагональю. Пусть к стороне прибавляется диагональ, а к диагонали две стороны, ибо сколько дважды даёт в квадрате сторона, столько один раз диагональ. Теперь большее становится диагональю, а меньшее стороной. При первой стороне и диагонали квадрат единицы-диагонали на одну единицу меньше, чем дважды взятый квадрат единицы-стороны; ведь единицы находятся в равенстве, и единое на одну единицу меньше, чем двойное. Прибавим к стороне диагональ, то есть к единице единицу; итак, сторона будет 2 единицы; к диагонали же прибавим две стороны, то есть к единице две единицы; диагональ будет 3 единицы. (44) Квадрат стороны будет 4, а квадрат диагонали будет 9; и 9 на единицу больше, чем дважды взятое 4. Снова прибавляем к стороне 2 диагональ 3; сторона будет 5; а к диагонали 3 две стороны, то есть два раза по 2; диагональ будет 7. Квадрат стороны будет 25, а квадрат диагонали будет 49; и 49 на единицу меньше, чем двукратно взятое 25. Снова к стороне прибавь диагональ 7; будет 12; к диагонали 7 прибавь дважды взятую сторону 5; будет 17. И квадрат 17 на единицу больше двукратно взятого квадрата 12. От дальнейшего прибавления, происходящего таким образом, будет происходить подобная же смена: двукратно взятый квадрат стороны то на единицу меньше, то на единицу больше, чем квадрат диагонали; при этом стороны и диагонали рациональны. И квадраты диагоналей попеременно то не единицу (45) больше удвоенных квадратов сторон, то на единицу меньше. Все квадраты диагоналей являются двойными по отношению к квадратам сторон, и они попеременно то больше их, то меньше на одну и ту же единицу. В своём размеренном появлении они производят равенство, так что не возникает ни избытка, ни недостатка в сравнении с двойным. Ведь если в первом квадрате диагонали имелся недостаток, то в следующем за ним будет избыток.[37]

Совершенные числа

Далее, среди чисел одни называются совершенными, другие — избыточными, третьи — недостаточными. Совершенные числа суть те, которые равны всем своим долям, каково число 6: ведь его половинная доля равна 3, треть — 2, шестая — 1, и составленные вместе, они дают 6.

Порождаются совершенные числа следующим образом. Если при сложении чисел в прогрессии удвоения, начиная с единицы, в сумме возникнет простое и несоставное число, то при умножении суммы на последнее слагаемое в результате получится совершенное число. Пусть будут числа в прогрессии удвоения 1, 2, 4, 8, 16. Сложив 1 и 2, получим 3. Если умножить 3 на последнее слагаемое 2, получится 6, первое совершенное число. Теперь сложим три числа в прогрессии удвоения, 1 + 2 + 4 = 7. Если умножить 7 на последнее слагаемое 4, (46) получится 28, второе совершенное число. В самом деле, его половина равна 14, четверть — 7, седьмая — 4, четырнадцатая — 2, двадцать восьмая — 1.

Избыточные числа суть те, у которых сумма частей больше целого, каково число 12. Его половина — 6, треть — 4, четверть — 3, шестая — 2, двенадцатая — 1. Сложенные вместе, они дают 16, что больше исходных 12.

Недостаточные числа суть те, у которых сложенные вместе части производят число, меньшее исходного. Таково число 8. Его половина — 4, четверть — 2, восьмая — 1. Таково же и число 10, которое пифагорейцы называли совершенным совсем по другой причине, о чём будет сказано в своём месте.

Совершенным называют и число 3, потому что оно первое имеет начало, середину и конец. И оно является линией и поверхностью. Ведь равносторонний треугольник имеет стороны из двух единиц каждая. Оно является первой связью и возможностью телесного, ведь телесное мыслится имеющим три протяжения.

---

[37] Знаменитый фрагмент, породивший многочисленные комментарии: см. сопроводительную статью.

Музыка

Введение

Уже было сказано, что имеются созвучные числа, и что принцип созвучий не отыскивается нигде, помимо арифметики. (47) Созвучие имеет величайшую силу: в рассуждении это истина, в жизни — счастье, в природе — гармония. И эта космическая гармония не будет найдена, если её в первую очередь не раскрыть в числах. Она постижима умом, и умом воспринимается легче, нежели чувствами. Мы будем говорить об обеих гармониях — чувственно воспринимаемой в инструментах и умопостигаемой в числах. Завершив трактат о математических науках, мы составим трактат о космической гармонии, без колебаний ссылаясь на то, что было открыто нашими предшественниками, и прежде всего на пифагорейскую традицию, обращаясь к переданному ими и не претендуя ни на какие открытия. Желая показать тем, кто будет изучать Платона, прежде всего переданное нам предшественниками, мы сочли необходимым составить этот обзор.

Фрасилл,[38] обсуждая чувственно воспринимаемую гармонию инструментов, определяет голос как напряжение энгармоничного звука. О звуке говорят как о энгармоничном, когда он становится выше при повышении и ниже при понижении, будучи чем-то средним. Если помыслить звук, который будет выше всех прочих звуков, он не будет энгармоничным, и по этой причине сильнейший (48) гром от молнии никто не назовёт энгармоничным: ведь то, что гибельно для многих, так не называется, многие же получили увечья от грома. И если голос низок настолько, что уже не может сделаться ниже, он тоже не будет энгармоничным. Поэтому голосом может быть назван не всякий звук и не всякое его напряжение, но лишь энгармоничный, каковы *меса*, *нета*, *гипата*.[39]

Интервалы

Интервалом называется промежуток, который голоса образуют между собой, каковы кварта, квинта, октава. Совокупность интервалов производит систему, каковы тетрахорд, пентахорд, октахорд. Гармония есть сочетание систем, каковы лидийская, фригийская, дорийская гармонии.

Из голосов одни являются высокими, другие — низкими, третьи — средними: высокой будет *нета*, низкой — *гипата*, средними — промежуточные. Из интервалов одни созвучны, другие — разнозвучны. Созвучные интервалы могут быть антифонными, каковы октава и двойная октава, и парафонными, каковы квинта и кварта. Связи созвучий — это тон и диез. Антифоны являют-

[38] Фрасилл Александрийский (I в. н. э.) — философ и астролог, издатель сочинений Платона и Демокрита, известен также как доверенное лицо императора Тиберия.

[39] Названия струн и ступеней звукоряда.

ся созвучиями, поскольку противолежащие высокий и низкий голоса созвучны; а парафоны являются созвучиями, поскольку (49) голоса в этом случае не однотонны и не разнозвучны, но образуют подобный интервал. Разнозвучны голоса, которые не являются созвучными, каковы интервалы тона и диеза; ведь тон и диез являются началами созвучий, но не созвучиями.

Созвучия

Перипатетик Адраст[40] в своих *Рассуждениях о гармонии и созвучии* говорит: «Подобно тому, как важнейшими частями записанной или произнесенной речи служат глаголы и существительные, которые состоят из слогов, а те, в свою очередь, из букв, каковые первичны, элементарны и неделимы, ведь речь в начале составляется из букв и в конце разлагается на них, так и для мелодичного и гармоничного звука и мелодии в целом частями служат так называемые системы — тетрахорды, пентахорды и октахорды,[41] которые состоят из интервалов, а те, в свою очередь, из голосов, которые первичны, неделимы и элементарны, и мелодия в начале составляется из голосов и в конце разлагается на них».

Голоса отличаются (50) друг от друга по напряжению, одни из них являются высокими, а другие — низкими; и эти напряжения определяются различным образом.

А вот что говорят об этой технической стороне дела пифагорейцы. Всякая мелодия и всякий голос суть звуки, и всякий звук является шумом, а всякий шум — рассекающими воздух ударами; ведь ясно, что в неподвижном воздухе не возникнет ни шум, ни звук, ни голос. Они возникают в воздухе из-за ударов и движений, и быстрые служат причиной высокого голоса, а медленные — низкого, и сильные вызывают большой отклик, а слабые — малый. Частота и сила движений является причиной соотнесённости (ἐν λόγοις) и иррациональности (ἀλόγως) голосов между собой. Иррациональность порождает иррациональный и неблагозвучный шум, который не стоит называть голосом, разве что отзвуком. А когда звуки состоят друг к другу в некотором отношении, кратном или сверхчастном, или в отношении числа к числу, они становятся благозвучными, преобладающими и особенными голосами. Из них одни всего лишь гармоничны, а другие — созвучны благодаря первым познаваемым и преобладающим отношениям, кратным и сверхчастным.

Голоса созвучны друг с другом, (51) когда голос, извлечённый из инструмента, вызывает звучание остальных [струн] благодаря родству и симпатии, и когда два голоса, извлечённые вместе, производят в своём слиянии сладостный и приятный звук. В последовательно настроенных голосах первыми будут те, что созвучны друг с другом через четыре, поэтому данное созвучие и называется квартой; затем идут те, что созвучны через пять, и данное созвучие называ-

---

[40] Адраст из Афродизии, жил в I в. н. э.

[41] То есть системы из четырёх, пяти и восьми струн.

ется квинтой, следующие же согласуются через восемь, то есть через все, и они охватывают два предыдущих созвучия и дают октахорд лиры, где первый и самый низкий голос называется *гипатой*, а последний и самый высокий — *нетой*, и в них обнаруживается связное антифонное созвучие. И хотя музыка впоследствии развивалась, и инструменты приобретали больше струн и голосов, которые добавлялись сверху и снизу к имеющимся восьми, первые созвучия сохранили названия кварты, квинты и октавы. (52) Затем к ним добавились и некоторые другие. К октаве приставлялись другие интервалы, меньшие, большие и равные, и оба интервала вместе производили новое созвучие, октаву и кварту, или октаву и квинту,[42] или двойную октаву. И снова, уже полученные интервалы приставляются к октаве, и получается, к примеру, двойная октава и кварта, и так до тех пор, пока слух способен их воспринимать. Ведь имеется место для звуков, от начального и самого нижнего голоса по порядку вплоть до самого высокого, и обратно; и иногда это расстояние больше, иногда меньше. При этом порядок и мелодичность возникают не случайно, не просто так и не обособленно, но определённым образом, который теоретически различается в вышеназванных родах мелоса. Ведь как в письменной или устной речи не всякая буква сочетается со всякой в слог или слово, так и в гармонично звучащей мелодии голоса следуют друг за другом не в произвольном порядке, лишь бы интервалы были мелодичными, но во вполне определённом порядке.

Тон и полутон

(53) Как о месте звука, а также о части и мере всех известных интервалов говорится о так называемом тоновом интервале, подобно тому, как локоть главенствует над расстояниями и перемещениями тел. Тоновый интервал легко узнаваем, поскольку он является разностью первых и известных созвучий: ведь квинта превышает кварту на тон.

А полутон называется так не потому, что он является половиной тона, подобно тому как полулокоть является половиной локтя, как считал Аристоксен, но потому, что он служит мелодическим интервалом, меньшим тона; вот и полугласная буква называется так не потому, что она является половиной гласного звука, но потому что она не до конца воплощает свой звук. Ведь можно показать, что целый тон не может делиться на две равных половины, ибо теория приписывает ему сверхвосьмерное отношение, которое не делится пополам на сверхчастные интервалы. Ведь 9 не делится на равные половины.[43]

[42] В современной терминологии интервал *октавы и кварты* называется ундецимой, интервал *октавы и квинты* — дуодецимой.

[43] Причина неделимости тона на равные половины конечно не в этом.

Три рода мелоса

Когда звук в так называемом месте интонируется вверх от низкого голоса к высокому и сначала проходит полутоновый интервал, затем переходит к следующему голосу (54) через тоновый интервал, далее для непрерывного слаженного продвижения ему следует подняться не на любой интервал и продвинуться не к любому благозвучному и гармоничному голосу, но обязательно на тоновый интервал, ибо голос такого повышения является ограниченным, образуя с начальным голосом созвучие кварты. Такая интонационная система называется тетрахордом, и она состоит из трёх интервалов — полутона, тона и тона, и из четырёх голосов, из которых крайние, самый низкий и самый высокий, образуют созвучие кварты, которое, как было сказано, состоит из двух тонов и полутона. Этот род мелоса называется диатоническим — или просто потому, что он проходит через два тона, или же потому, что он обнаруживает возвышенный, решительный и напряжённый характер.

Когда же звук переходит от первого голоса, повышаясь на полутон, и от второго голоса — снова на полутоновый интервал к третьему голосу, далее он может благозвучно продвигаться не на любой интервал, но лишь на несоставной интервал из трёх полутонов, который является оставшейся частью первого порождаемого тетрахорда, переходя не к любому голосу, но лишь к тому, который (55) ограничивает сверху первый тетрахорд, образуя с начальным голосом созвучие кварты. Получившийся мелос составлен из полутона, полутона и несоставного интервала в три полутона. Этот род мелоса называется хроматическим, ибо он отклоняется и отличается от первого, приобретая печальный и патетический характер.

Третий род мелоса называется энгармоническим. В нём тетрахорд интонируется продвижением звука от нижнего голоса на диез, диез и дитон. Последователи Аристоксена называют наименьшим диезом четверть тона, то есть половину полутона, и считают его наименьшим интонируемым интервалом; пифагорейцы же называли диезом то, что сейчас называется полутоном. Аристоксен говорит, что этот род называется энгармоническим, ибо он является лучшим, ведь так именуется всё, (56) что хорошо слажено. Этот род труден для интонирования, и, как говорит сам Аристоксен, он требует особой техники и многих упражнений. А диатонический род прост в исполнении, ведь он благороден, предпочтителен и естественен, как это усвоено от Платона.

полутон	тон	тон	*диатоника*
полутон	полутон	тройной полутон	*хроматика*
диез	диез	дитон	*энгармоника*

Обнаружение числовой природы созвучий

То, что созвучие голосов заключается в их отношении друг к другу, первым обнаружил Пифагор. А именно, кварта имеет сверхтретье отношение, квинта — полуторное, октава — двукратное, октава и кварта — отношение 8 к 3, которое является многократным-и-сверхмногочастным, двукратным-и-дваждысверхтретьим; октава с квинтой — трёхкратное, двойная октава — четырёхкратное, а из прочих гармонических интервалов тон охватывается сверхвосьмерным отношением, а тот, что сейчас называется полутоном, а прежде (57) диезом — отношением чисел 256 к 243.

Он исследовал эти отношения, рассматривая длины и толщины струн, изменяя их натяжение вращением колков или подвешивая к ним разные грузы, а для духовых инструментов — по размеру отверстий или по усилению и ослаблению дыхания; а ещё по размерам и весу дисков или сосудов. И какой бы метод не выбирался, выясняется, что созвучиям соответствуют одни и те же отношения.

Теперь мы покажем это на длинах струн так называемого канона. Если разделить струну на четыре равных части, голоса целого и трёх (58) частей будут порождать сверхтретье отношение и давать созвучие кварты. Две части, то есть половина, порождают двукратное отношение и дают созвучие октавы. Одна четверть порождает четырёхкратное отношение и даёт созвучие двойной октавы. Голоса трёх и двух частей порождают полуторное отношение и дают созвучие квинты. Три четверти к одной порождают трёхкратное отношение и дают созвучие октавы и квинты. Если разделить струну на девять частей, голоса целого и восьми частей в сверхвосьмерном отношении будут охватывать тоновый интервал.

Все эти созвучия содержатся в тетрактиде. Ведь она состоит из чисел 1, 2, 3, 4, в которых содержатся созвучия кварты, (59) квинты и октавы, и сверхтретье, полуторное, двукратное, трёхкратное и четырёхкратное отношения. Одни полагали, что эти созвучия следует получать из весов, другие — из величин, третьи — из числа движений, четвёртые — из сосудов и объёмов. Лас Гермионский, с которым согласны последователи пифагорейца Гиппаса из Метапонта, полагая, что частота движений в созвучиях соответствует числам, получал эти отношения на сосудах. Взяв равные и одинаковые сосуды и один из них оставив пустым, а другой наполовину наполнив водой, он извлекал звук из обоих, и у него выходило созвучие октавы. Затем он оставлял один сосуд пустым, а второй наполнял на четверть, и при извлечении звука у него получалось созвучие кварты. Квинта получалась, когда он заполнял сосуд на треть. Таким образом, отношение пустот составляло для октавы 2 к 1, для квинты 3 к 2, для кварты 4 к 3.

Как мы уже видели, эти же отношения наблюдаются и в длинах струн. Можно взять не одну струну, как на каноне, а две, звучащие при равном натяжении в унисон. И половина (60) к целому даёт созвучие октавы; а если струну разделить на три части и укоротить на одну часть, то с целым она даст созвучие квинты; а кварта получается, если струну разделить на четыре части и укоротить на одну часть в сравнении с целым.

И на сиринге производятся такие же отношения. Те, кто измерял созвучия грузами, подвешивали к двум струнам грузы в указанных отношениях. И в длинах струн также обнаруживаются созвучия.

Голос есть выпадение звука на одном натяжении. Ведь сказано, что голос должен быть подобен самому себе и не допускать ни малейшего отклонения, не отклоняясь по натяжению ни вниз и ни вверх. Одни звуки бывают высокими, другие — низкими, и быстрые голоса будут высокими, а медленные — низкими.

Если взять две трубки сиринги одинаковой толщины и диаметра, чтобы одна была вдвое длиннее другой, и подуть в них, то дыхание распространится по трубке половинной длины с удвоенной быстротой во времени, и произведёт созвучие октавы, причём нижний голос извлечётся из длинной трубки, а верхний — из короткой. Причина этого заключается в быстроте и медленности перемещения. Она же производит созвучия в одной трубке авлоса благодаря различным расстояниям до отверстий. Ведь когда авлос разделён пополам, то если сначала подуть в целый авлос, а затем открыть отверстие на половине длины, получится созвучие октавы. Если разделить авлос натрое, две части от язычка и одна внизу, то при переходе от целого к двум частям возникнет созвучие квинты. И если разделить его начетверо, три части наверху и одна внизу, то при переходе от целого к трём частям возникнет созвучие кварты.

Последователи Евдокса и Архита говорят, что отношение созвучий заключено в числах. Они считают, что это отношение содержится также в движениях, и быстрые движения являются высокими, потому что они чаще наносят удары и скорее рассекают воздух, а медленные — низкими, ибо они являются более вялыми.

Вот что относится к обнаружению созвучий. Вернёмся теперь к сказанному Адрастом. А он утверждал, что обнаружение созвучий в инструментах, которые приготовлены в соответствии с данными отношениями, предполагает чувственное восприятие, так что отношение присоединяется к чувствам.

Теперь мы разъясним, каким образом голоса, охватывающие полутоновой интервал, составляют отношение 256 к 243, и это вскоре (62) станет ясным.

Сложение и вычитание созвучий

Очевидно, что составление и разделение созвучий теоретически согласуется с составлением и выделением названных выше отношений. Пусть октава составляется из квинты и кварты и разделяется на них же. И октаве соответствует двукратное отношение, кварте — сверхтретье, квинте — полуторное. Очевидно, что двукратное отношение составляется из сверхтретьего и полуторного и разделяется на них же. Ведь для 6 сверхтретьим будет 8, и для 8 полуторным будет 12, что даёт 12 к 6 в двукратном отношении: 6, 9, 12. И обратно, двукратное отношение 12 к 6 разделяется на сверхтретье отношение 12 к 9 и полуторное 9 к 6.

Поскольку квинта превосходит кварту на тон, ибо кварта равна трём тонам и полутону, тем самым тон имеет сверхвосьмерное отношение; ведь видно, что полуторное отношение превосходит сверхтретье на сверхвосьмерное. Действительно, если из полуторного отношения 9 к 6 вычесть сверхтретье отношение 8 к 6, останется сверхвосьмерное отношение 9 к 8. И обратно, если к этому отношению приставить сверхтретье (63) отношение 12 к 9, получится составное полуторное отношение 12 к 8.

Поскольку октава имеет двукратное отношение, а кварта сверхтретье, вместе они дают отношение 8 к 3, ведь для 3 сверхтретьим будет 4, и для 4 двукратным будет 8. А интервал октавы и квинты имеет трёхкратное отношение, поскольку полуторное и двукратное производят его при составлении. Ведь полуторное есть 9 к 6, и двукратное есть 18 к 9; и они порождают трёхкратное отношение 18 к 6. Подобным образом двойная октава имеет четырёхкратное отношение, поскольку оно составляется из двух двукратных. Ведь для 6 двукратным будет 12, а для него 24, и оно четырёхкратно к 6. И далее, составлением трёхкратного и сверхтретьего получается четырёхкратное, ведь октава и квинта дают трёхкратное отношение, а кварта — сверхтретье, и если их составить вместе, получается двойная октава. Здесь в самом деле наблюдается четырёхкратное отношение, ведь для 6 трёхкратным будет 18, а сверхтретьим для последнего будет 24, и оно четырёхкратно для 6. Иначе, для 6 сверхтретьим будет 8, а тройным для последнего будет 24, и оно четырёхкратно для 6. Таким составлением можно открывать разные отношения, описывающие различные системы.

Космическая диатоника Платона

Платон распространил диатонический род и величину системы до четырёх октав, квинты и (64) тона. Адраст говорит, что его не надо было уводить столь далеко, ведь Аристоксен определил величину многоладовой диаграммы как двойную октаву и кварту,[44] а нынешние ограничиваются пятнадцатиструнным ладом, величиной в три октавы и тон. Я утверждаю, что они ограничились этим и не пошли дальше ради нашей пользы, ибо нельзя выйти за эти границы ни в исполнении, (65) ни в слушании. Платон же рассматривал природу и душу и по необходимости составлял гармонию вплоть до телесных чисел, сопряжённых двумя средними, дабы всё порождённое достигло совершенства в твёрдом космическом теле; и этот лад по своей природе уходит в бесконечность.

Соответствие низких голосов и бóльших чисел

И он сказал, что низким голосам следует присваивать большие числа, хотя это и не отвечает натяжениям, создаваемым подвешенными грузами. Ведь та

---

[44] Аристоксен, *Элементы гармоники*, I, 26_{5-6}.

из двух равных по длине и толщине струн, к которой прикреплён больший груз, даёт более высокий голос. Больший груз вызывает большее натяжение, так что придание дополнительной нагрузки даёт более высокий голос по сравнению с тем, что получается при исходной силе натяжения. И обратно, очевидно, что у более низкого голоса его собственная способность больше приобретённой и присоединённой, что позволяет ему сохранять собственную гармонию и созвучность. Поэтому большему числу присуща большая способность. С этим согласуется и иное. Ведь длины и толщины медленных (66) струн служат причиной бессилия, малоподвижности и невозможности быстро рассекать воздух. Отсюда очевидно, что низкие голоса обладают большей собственной способностью в соответствии с большими числами.[45]

Это же открывается и в духовых инструментах. Ведь низкие голоса извлекаются здесь при большей длине и больших размерах отверстий, пропускающих воздух. И конечно, при ослаблении дыхания в трубах и трахеях производятся звуки более слабые и бессильные, нежели при естественной присущей им способности.

Устройство кварты

Платон говорит, что первым созвучием является кварта: ведь через неё находятся и остальные. А квинта отделена от кварты на тон. Тон и определяется как интервал между квинтой и квартой. И октава отыскивается в кварте и квинте: ведь она составлены из кварты и квинты.

Древние называли тон первым звуковым интервалом, а полутон и диез не рассматривали. Тон обнаруживается в сверхвосьмерном отношении, что показывается посредством дисков, сосудов, авлосов, подвешиваний и разными другими способами. Ведь 9 к 8 на слух воспринимается как тоновый интервал. Поэтому (67) первым интервалом служит тон, ибо ум и звук, спускаясь к нему, обретают устойчивость слуха. Поэтому данный интервал точно воспринимается на слух. Что касается следующего интервала, так называемого полутона, то одни говорят о нём как о совершенном полутоне, а другие — как о леймме.[46]

Сверхтретий интервал кварты не заполняется сверхвосьмерными тоновыми интервалами. Ведь все согласны, что кварта больше двух тонов, но меньше трёх. Аристоксен сказал, что она состоит из двух тонов и совершенного полутона, а Платон — что она состоит их из двух тонов и безымянной лейммы. О леймме он сказал, что этот интервал характеризуется отношением 256 к 243 и разностью 13.

Найдём это. Первый член не может быть равен 6, поскольку 6 не имеет сверхвосьмерного числа, а от него надо произвести сверхвосьмерное. И он не равен 8, ибо хотя 8 и имеет сверхвосьмерное 9, само 9 сверхвосьмерного уже не

[45] Весьма тёмное место; но оно и не может быть иным, так как доводы здесь спекулятивны и совершенно бездоказательны.

[46] То есть как об «остатке».

имеет. Надо взять сверхвосьмерное от сверхвосьмерного, поскольку сверхтретья кварта больше дитона. Возьмём за основу сверхвосьмерные 8 и 9, и умножив 8 на себя (68), получим 64, умножив его на 9, получим 72, умножив 9 на себя, получим 81. Взяв каждое трижды, получим 3 × 64 = 192, 3 × 72 = 216, 3 × 81 = 243. Мы имеем 8, 9; 64, 72, 81; 192, 216, 243. Вслед за 243 возьмём сверхтретье от 192, равное 256. Мы последовательно получили сверхвосьмерное основание 8, 9; второе сверхвосьмерное 64, 72, 81; третье сверхвосьмерное 192, 216, 243. Добавим сверхтретье от 192, то есть 256, и теперь сверхтретье составлено из двух тонов и вышеназванной леймμы.

192 216 243 256

тон ($^9/_8$) тон ($^9/_8$) леймма ($^{256}/_{243}$)

кварта ($^4/_3$)

Некоторые за первый член берут 384, чтобы можно было брать два сверхвосьмерных. Первый член 6, взятый восьмикратно, даёт 48, ещё одно умножение (69) на восемь даёт 384, сверхтретье от него равно 512. Между ними стоят два сверхвосьмерных, 432 и 486, и последнее производит с 512 отношение леймμы.

384 432 486 512

тон ($^9/_8$) тон ($^9/_8$) леймма ($^{256}/_{243}$)

кварта ($^4/_3$)

Некоторые говорят, что эти числа взяты неправильно: ведь превышение четвёртого члена над третьим не равно 13, а Платон сказал, что леймма должна быть такой. Но ничто не мешает отыскать в других числах такое же отношение, какое имеется между 256 и 243. Ведь Платон брал не числа, но отношения чисел. И как 256 к 243, так и 512 к 384. Ведь 512 является двукратным к 256, и 384 к 243 тоже.

Очевидно, что разность между 256 и 243, равная 13, меньше полутона. Ведь тон является сверхвосьмерным, а полутон — половиной сверхвосьмерного, то есть превышающим на шестнадцатую долю.[47] Но 13 находится к 243 в отношении, меньшем одной восемнадцатой,[48] так что эта часть меньше одной шестнадцатой.

[47] Ошибка в рассуждениях (не влияющая на правильность выводов), восходящая к Филолаю: отношение $^{17}/_{16} = 1^1/_{16}$ не является половиной от $^9/_8 = 1^1/_8$. Впрочем, неделимость тона пополам указана в следующем абзаце.

[48] $243 = 18 \cdot 13 + 9$.

Однако разделить сверхвосьмерное отношение пополам невозможно, и нужного отношения (70) не существует, хотя некоторые и считают, что это осуществимо на слух. Основой сверхвосьмерного интервала является 9 к 8, а единица неделима.

Когда спрашивают о так называемой леймме, к чему эту лейму отнести, можно видеть, что она относится к кварте: ведь она делает кварту меньшей, чем два с половиной тона.

Теперь поговорим о том, как находится тон. Поскольку кварта обнаруживается в сверхтретьем отношении, а квинта в полуторном, берётся первое число, имеющее половину и треть, и это число 6. Сверхтретье от него 8, полуторное 9: вот 6, 8, 9. Интервал между полуторным и сверхтретьим отыскивается в сверхвосьмерном отношении: ведь 9 будет сверхвосьмерным от 8. Это протяжение называется тоном.

Очевидно, что тон не делится пополам. Ведь разница в основе сверхвосьмерного интервала составляет единицу, а она неделима. И какими бы числами не выражался сверхвосьмерной интервал, разница никогда не разделится пополам. Так в отношении 216 к 243 разница равна 27, и она делится не пополам, но на 13 и 14: ведь единица неделима.[49] Поэтому (71) тон постигается умом в числах и в интервалах, а слухом в звуках, и мы знаем, что он не делится на равные половины ни в числах, ни в чувственных и наблюдаемых интервалах.

Ведь взятое на чувственно воспринимаемом каноне имеет некоторую ширину и не является совсем бесширинным; поэтому при делении тона не вполне ухватывается, где кончается первая часть и начинается вторая, и что-то от тона утрачивается. При делении имеются три части: две разделённые, а третья лежит на порожке. Когда разделённые части находятся по разные стороны выступа, теряется то, что лежит на самом порожке. И как в некоторых чувственных вещах нечто теряется, так же и во всех прочих, и даже если это не воспринято чувствами, в них всё равно что-то утрачивается при делении. Если разделить на части тростинку или другую чувственную длину, предварительно её измерив, а потом найти полную длину всех получившихся частей, то обнаружится, что полная длина всех кусков меньше длины целого до разрезания. И если разрезать струну, а потом связать отдельные куски и снова натянуть их, (72) первоначальной величины уже не получится. Поэтому два полутона не являются полными.

И в звуках деления тона на равные части тоже не обнаружить. Пусть тон интонируется два раза, причём во второй раз вместо одного тона подъём происходит по трём голосам двумя полутоновыми интервалами. И третий голос, который выше второго, будет отличаться от первого тона, так что будет ка-

[49] Снова повторяется ошибочный довод, восходящий к Филолаю. Можно увеличить все числа вдвое, и тогда разность между краями разделится пополам; но для деления тона пополам надо вставить между крайними членами не среднее арифметическое, а среднее геометрическое.

заться, что он поднялся над вторым на полутон, но не на такой полутон, на который второй голос поднялся над первым; и нижний и верхний полутона не будут подобными. И мы не сможем получить один голос дважды при разделении звука. Отзвук мы услышим, но он обязательно будет с некоторой разницей, хотя и скрытой для слуха.

И невозможно ни дважды нанести одинаковый укол, ни дважды с одинаковой силой ударить одну струну, ибо удар будет то сильнее, то слабее, ни дважды войти в одну и ту же воду, ни поднять такую же каплю, окунув палец в чернила, мёд или смолу.

Что касается умозрительного тона, то его мысленно можно разделить на равные части.

Логос как отношение

Теперь мы поговорим о гармонии чисел, обсудив члены, находящиеся в нашей речи, каковые суть число, величина, способность, масса, вес.

Перепатетики говорят о логосе во многих значениях: это и устная речь, как (73) говорят новые писатели, и внутренняя речь без звука и голоса; и пропорция (ἀναλογία), когда сказано, что имеется отношение (λόγος) одного к другому; и объяснение элементов; и прославление достойных, когда мы называем кого-то прославленным или бесславным; и «меняльная речь», как в книгах Демосфена и Лисия;[50] и определение и обозначение вещей; и силлогизм и наведение; и *Ливийские басни*[51] и мифы; и пословицы и поговорки; и видовой логос, и семенной, и многие другие.

Платон же говорит о логосе в четырёх смыслах: это размышление без голоса; мысль, изречённая в звуке; объяснение элементов Вселенной; и это пропорция. Это отношение в пропорции мы теперь и рассмотрим.

Отношение возникает, когда два однородных члена пропорции образуют некоторую связь друг с другом: к примеру, двукратное или трёхкратное. Адраст говорит, что неоднородные вещи не могут иметь отношения друг к другу. Локоть и мина, хойникс и котюла,[52] белое и сладкое или горячее являются несравнимыми и несопоставимыми. А однородные (74) могут: длина к длине, поверхность к поверхности, тело к телу, тяжесть к тяжести, жидкость к жидкости, сыпучее к сыпучему, твёрдое к твёрдому, число к числу, время ко времени, движение к движению, звук к звуку, вкус ко вкусу, цвет к цвету, и во всяком роде и виде вещи имеют отношение между собой. Членами отношения мы называем однородные предметы, сравниваемые друг с другом. Когда мы спрашиваем, какое отношение имеет талант к мине, мы говорим, что талант и мина являются однородными членами, ибо оба они относятся к роду тяжестей. И так для всякого отношения.

---

[50] Имеется в виду 17-я «меняльная речь» Лисия против менялы Пасиона.

[51] Сборник басен.

[52] Хойникс — мера для сыпучих тел, а котюла — для жидких.

Пропорция — это связь отношений; к примеру, как 2 к 1, так и 8 к 4.

Отношения могут быть большими, меньшими или равными. Равное отношение является одним и тем же, и оно предшествует другим отношениям и является элементарным. Равные отношения суть такие, в которых одинаковые количества относятся друг к другу, каковы 1 к 1, 2 к 2, 10 к 10, 100 к 100. Среди больших отношений одни являются многократными, другие — сверхчастными, третьи — ни теми, ни другими. Среди меньших отношений одни обратны многократным, другие обратны сверхчастным, третьи не являются ни теми, ни другими.

Одни отношения созвучны, а другие нет. Созвучными (75) являются из многократных двукратное, трёхкратное и четырёхкратное отношения, их сверхчастных — полуторное и сверхтретье, среди прочих — сверхвосьмерное отношение и отношение 256 к 243. И среди обратных — обратное двукратному, обратное трёхкратному, обратное четырёхкратному, обратное полуторному, обратное сверхтретьему, обратное сверхвосьмерному, и 243 к 256. И двукратное отношение, как показано выше, обнаруживается в созвучии октавы, трёхкратное — в октаве и квинте, четырёхкратное — в двойной октаве, полуторное — в квинте, сверхтретье — в кварте, сверхвосьмерное — в тоне, и 256 к 243 — в леймме. И подобным образом — обратные им. К прочим же относятся сверхвосьмерное отношение и 256 к 243, так как они находятся и не в созвучиях, и не вне созвучий: тон и леймма являются началами созвучий и заполняют созвучия, но сами созвучиями не являются.

Среди числовых отношений имеются не только многократные и сверхчастные, но также сверхмногочастные, многократные-и-сверхмногочастные и другие, о которых мы поговорим ниже.

Кварта составлена из двух тонов и леймы, квинта — из трёх тонов и леймы, октава — из квинты и кварты. И всем им предшествуют пропорции.

Классификация отношений

(76) Следуя арифметическому учению, изложенному Адрастом, о числах говорят, что они бывают многократными, сверхчастными, сверхмногочастными, многократными-и-сверхчастными, многократными-и-сверхмногочастными, а также обратными многократным и прочим большим.

Многократным будет отношение, в котором больший член несколько раз содержит меньший, и в точности и без остатка измеряется меньшим членом. По виду это — «столькождыкратное», и о большем члене говорят по меньшему, сколько раз он его измерил. Если измерил дважды, отношение будет двукратным, трижды — трёхкратным, четырежды — четырёхкратным, и так далее. И обратно, меньшая часть по отношению к большей называется омонимично: для двукратного это половина, для трёхкратного — треть, и отношение здесь половинное, а здесь — трёхчастное; и тому подобное.

Сверхчастным будет отношение, в котором больший член содержит один раз меньший и ещё одну долю меньшего, (77) так что больший член превосходит меньший на число, являющееся долей меньшего. Таково отношение четырёх к трём: здесь разность составляет единицу, то есть третью часть от трёх; и шесть превосходит четыре на два, то есть на половину от четырёх. Каждое сверхчастное отношение именуется по превосходящей части. Когда эта часть составляет половину меньшего члена, отношение называется полуторным, каковы три к двум и шесть к четырём. Большее содержит здесь меньшее и его половину: три — два и его половину, единицу; шесть — четыре и его половину, два. Далее, когда меньшее превосходится на третью часть, отношение называется сверхтретьим, и таковы четыре к трём; а когда превосходится на четверть — сверхчетвертным, и таковы 5 к 4 и 10 к 8; и подобным образом получаются сверхпятерное, -шестерное, -семерное, и все прочие сверхчастные отношения. Так же образуются обратные сверхчастным отношения, когда меньшее отнесено к большему: ведь отношение трёх к двум называется полуторным, а отношение двух к трём — обратным полуторному; схожим образом отношение трёх к четырём обратно сверхтретьему.

Среди многократных отношений первым и наименьшим является двукратное, за ним идёт трёхкратное, затем четырёхкратное, и так до бесконечности, (78) всегда увеличиваясь. Среди сверхчастных отношений первым и наибольшим является полуторное, ведь половинная доля является первой, наибольшей и ближайшей к целому, за ним идут сверхтретье и сверхчетвертное, и так до бесконечности, всегда на понижение.

Сверхмногочастным будет отношение, в котором больший член содержит один раз меньший и ещё несколько долей меньшего, каковые могут быть одинаковыми или же разными и различными. Одинаковыми могут быть две трети, две пятых, и тому подобные. Так число 5 превышает 3 на его две трети, 7 к 5 — на две пятых, 8 к 5 — на три пятых, и так далее. Разными и различными долями — когда большее содержит меньшее, его половину и его треть, и таково отношение 11 к 6; или превышая его на половину и четверть, каково отношение 7 к 4, или — клянусь Зевсом! — на треть и четверть, и таково отношение 19 к 12. И в других подобных сверхмногочастных наблюдается превышение на две части, три или большее число, и эти части могут быть подобными и неподобными. А обратные к ним получаются переворачиванием, когда меньший член берётся в отношении к большему.

Многократным-и-сверхчастным будет отношение, в котором больший член несколько раз содержит меньший и ещё (79) одну его долю. Так 7 дважды содержит 3 и ещё его треть, и называется по отношению к нему двукратным-и-сверхтретьим; и 9 дважды содержит 4 и ещё его четверть, и называется двукратным-и-сверхчетвертным; и 10 трижды содержит 3 и ещё его треть, и называется трёхкратным-и-сверхтретьим. Прочие многократные-и-сверхчастные теоретически рассматриваются таким же образом. Они получаются, когда меньшее из двух предложенных чисел измеряет большее не целиком, но остаётся такая часть, которая является частью меньшего числа тоже. Так отношение 26 к 8 называется многократным-и-сверхчастным, потому что 8 трижды измеряет 26, причём не нацело, но так, что 24 недостаёт двух до 26, и они являются четвертью 8.

Многократным-и-сверхмногчастным будет отношение, в котором больший член несколько раз содержит меньший и ещё две или больше его долей, подобных или различных. Так 8 дважды содержит 3 и две его трети, и о нём говорят, как о двукратном и дважды сверхтретьем; и 11 к 3 является трёхкратным и дважды сверхтретьим; а 11 к 4 — двукратным, сверхполовинным и сверхчетвертным или же двукратным и трижды сверхчетвертным. Легко найти много других многократных-и-сверхмногочастных. Они возникают, когда меньшее число измеряет большее не нацело, но так, что остаётся число, которое является несколькими частями меньшего, (80) каково отношение 14 к 3: ведь три измеряет 14 не нацело, поскольку взятое четырежды, оно даёт 12, которое меньше 14 на двойку, которая является двумя частями от 3, и её называют двумя третями. И многократным-и-сверхмногочастным противоположны обратные им.

Отношение числа к числу имеет место, когда большее число не состоит к меньшему в названных выше отношениях.[53] Как будет показано, леймма охватывается отношением числа к числу, которое в наименьших членах выражается как 256 к 243. Очевидно, что отношение меньших чисел к большим является обратным и называется по исходному отношению.

Все виды названных отношений выражаются наименьшими и первыми между собой числами, которые называются первыми для прочих, имеющих то же самое отношение, и служат основой для каждого вида. Так для двукратного первым и основным будет отношение 2 к 1, а за ним идут двукратные отношения больших и составных чисел, 4 к 2, 6 к 3 и тому подобные до бесконечности. Для трёхкратного первым и основным будет отношение 3 к 1, а за ним всегда идут до бесконечности большие и составные числа. И так для всех остальных многократных. И подобным образом (81) для сверхчастных. Для полуторного первым и основным будет отношение 3 к 2, для сверхтретьего — 4 к 3, для сверхчетвертного — 5 к 4. А больших и составных имеется неограниченно много. И это же наблюдается для всех прочих.

Различие между интервалом и отношением

Интервал и отношение разнятся в следующем: интервал — это то, что заключено между однородными и неравными членами, а отношение — это связь однородных членов между собой. По этой причине равные члены не заключают между собой интервала, однако состоят друг к другу в отношении равенства. И неравные члены заключают между собой один интервал, а отношение

[53] Такого, конечно, быть не может, так как всякое отношение большего к меньшему относится к одному из пяти названных родов. В частности, отношение 256 к 243 является сверхмногочастным, «превышающим на тринадцать двести сорок третьих».

может обращаться от одного члена к другому. Так в отношениях 2 к 1 и 1 к 2 интервал один и тот же, а сами отношения различны: два к одному — двукратное, а один к двум — половинное.

Эратосфен в *Платонике* говорит, что интервал и отношение — не одно и тоже, поскольку отношение задаётся двумя величинами, образующими связь между собой, и оно возникает как между различными, так и между неразличимыми вещами. К примеру, как чувственно воспринимаемое относится к умопостигаемому, так и мнение к знанию, и здесь различны умопостигаемое и знание, с одной стороны, и мнение и чувственно воспринимаемое, с другой. Интервал (82) же — только между различными, будь то по величине, по качеству, по положению или как-нибудь ещё. Поэтому очевидно, что отношение отличается от интервала: ведь отношение половины к двукратному и двукратного к половине не одно и то же, а интервал здесь один.

Пропорция

Пропорция есть подобие или тождество нескольких отношений, или же подобие отношений в нескольких членах, когда первый член ко второму имеет то же отношение, что и второй к третьему, или другой к другому. Говорят о непрерывной пропорции и о раздельной, и наименьшая непрерывная заключается в трёх членах, а наименьшая раздельная — в четырёх. К примеру, вслед за пропорцией из равных членов идёт непрерывная пропорция в наименьших членах по двукратному отношению 4, 2, 1:[54] ведь как 4 к 2, так и 2 к 1. Раздельная же пропорция — 6, 3, 4, 2:[55] ведь как 6 к 3, так и 4 к 2. И такой же принцип для других многократных. Непрерывная пропорция может рассматриваться как состоящая из четырёх членов, где средний член повторен дважды. И то же самое для сверхчастных отношений; непрерывная пропорция в полуторном отношении 9, 6, 4, раздельная 9, 6, 15, 10. Этот же принцип выполняется для других отношений.

Эратосфен говорит, что природным началом пропорции является отношение, и оно служит (83) первопричиной упорядоченного рождения. Пропорция исходит из отношения, а началом отношения является равенство. И это очевидно. Во всяком обособленном роде имеется свой элемент (στοιχεῖον) и начало, в который всё прочее разрешается, он же неразложим. Необходимо, чтобы он был нераздельным и неделимым: ведь рассечение и деление допускает произносимый слог, но не звук речи (στοιχεῖον). Элементы сущности неделимы по своей сути: элементы качества — по качеству, элементы количества — по количеству. Всякая сущность является неделимой и единой, когда она служит элементом составной и смешанной сущности.

[54] В нашей записи 4 : 2 = 2 : 1.

[55] В нашей записи 6 : 3 = 4 : 2.

Для количества элементом служит единица, для размеров — точка, для отношения и пропорции — равенство. Ведь единица неделима по количеству, точка — по размерам, равенство — по множеству отношений. И число возникает из единицы, линия — из точки, отношение и пропорция — из равенства, но это происходит не одинаковым образом. Ведь единица, умноженная на саму себя, не производит других чисел, поскольку единожды один — это один. А сложением она возрастает до бесконечности. Точки же не перемножаются и не складываются, но непрерывным течением и переносом [точки] создаётся линия, линии — поверхность, поверхности — тело. И отношение равенства не возрастает сложением: ведь если сложить несколько равных отношений подряд, (84) охватывающее отношение останется в равенстве. И как точка не является частью линии, так и равенство — частью отношения; однако единица является частью числа. Ведь только число возрастает через сложение. Причина же этого в том, что равенство лишено интервала, а точка лишена величины.

Похоже, что Платон считал пропорцию единственной связью математических предметов. Ведь в *Послезаконии* он говорит: «Всякая фигура, сочетание чисел и гармоническое единство по сути пропорциональны кругообращению звёзд; и одно для того, кто надлежащим образом его усвоил, разъясняет и всё остальное. Добавим, впрочем, что так будет, если он, наблюдая за одним, усваивает правильно».[56]

От пропорции отличается среднее; ведь пропорциональное обязательно является средним, но среднее не обязательно является пропорциональным. Ведь среднее по порядку не обязательно образует пропорцию с крайними. Так 2 является средним по порядку между 1 и 3; и 2, 3, 4 — промежуточные между 1 и 10. Ведь от 1 не дойти (85) до 10, не пройдя прежде 2, 3, 4. Но они не образуют пропорцию с крайними. Ведь 1 не состоит к 2 в таком же отношении, что и 2 к 3. Подобно этому и 2, 3, 4. Нужно, чтобы среднее было в одном отношении [с крайними], как 1, 2, 4. Ведь здесь имеется пропорция двукратного, которую 2 образует с 1 и 4.

Фрасилл говорит, что имеется три первоначальных пропорции: арифметическая, геометрическая, гармоническая. Арифметическая — когда превосходит и превосходится на одно число; геометрическая — когда превосходит и превосходится в одном отношении, например двукратном или трёхкратном, каковы 3, 6, 12; гармоническая — когда превосходит и превосходится одной частью крайних, например третью или четвертью, каковы 6, 8, 12.

Всё это можно рассмотреть в числах. Так к 6 двукратным будет 12, трёхкратным 18, четырёхкратным 24, полуторным 9, сверхтретьим 8. И 12 будет к 9 сверхтретьим, к 8 полуторным, к 6 двукратным. И 18 будет к 9 двукратным, а к нему 27 будет полуторным. И 8 к 6 производит кварту, 9 — квинту, 12 — октаву, 18 — октаву и квинту. И двукратным к 6 будет 12 в октаве, и полуторным

[56] Платон, *Послезаконие*, 991e. Сам Платон говорит не о пропорции (ἀναλογία), а о сходстве (ὁμολογία).

(86) к 12 будет 18 в квинте: 6, 12, 18. А 24 будет к 6 в двойной октаве. И 9 к 8 — тон, 12 к 9 — кварта, 12 к 8 — квинта, 18 к 9 — октава, 27 к 18 — квинта. Октава 12 к 6 составляется из полуторного 9 к 6 и сверхтретьего 12 к 9, и в обратном порядке, из полуторного 12 к 8 и сверхтретьего 8 к 6. И 18 к 9 — из полуторного 18 к 12 и сверхтретьего 12 к 9. И октава 24 к 12 составляется из сверхтретьего 24 к 18 и полуторного 18 к 12. И квинта 9 к 6 составляется из сверхвосьмерного 9 к 8 и сверхтретьего 8 к 6. И полуторное 12 к 8 из сверхтретьего 12 к 9 и сверхвосьмерного 9 к 8.

Леймма зарождается в отношении 256 к 243. Находится это так: мы берём дважды сверхвосьмерное, утроив его члены, и к дважды сверхвосьмерному присоединяем сверхтретье. Пусть дано сверхвосьмерное отношение 9 к 8. Произведём из него дважды сверхвосьмерное: 9 на себя даёт 81, 9 на 8 даёт 72, 8 на себя даёт 64; и 81 к 72 является сверхвосьмерным, и 72 к 64 тоже является сверхвосьмерным. Если их утроить, 81 даст 243, 72 даст 216, 64 даст 192. (87) Сверхтретьим к нему будет 256, и оно с 243 имеет отношение лейммы, меньшее превосходящего на восемнадцатую часть.

Деление канона

Деление канона производится в соответствии с тетрактидой декады, составленной из единицы, двойки, тройки и четвёрки: 1, 2, 3, 4. Здесь содержатся сверхтретье, полуторное, двукратное, трёхкратное и четырёхкратное отношения.

Вот как Фрасилл производит это деление. Взяв половину величины, он получает посредине октаву в двойном отношении, ведь обратно пропорциональное в движении имеет двукратное повышение. А обратно пропорциональное — это вот что: когда длина струны уменьшается, напряжение возрастает, а когда длина струны увеличивается, напряжение уменьшается. Ведь половинная величина (от *просламбаномена* к *месе*) имеет двукратное повышение; а двукратная величина имеет половинное понижение.

(88) Разделение струны на три части создаёт *гипату средних* и *нету разделённых*. Ведь *нета разделённых* с *месой* составляет квинту, поскольку берутся два отрезка к трём. А с *гипатой* — октаву, поскольку берётся один отрезок к двум. С *просламбаноменом* же — октаву и квинту, ведь *просламбаномен* с *месой* составляет октаву, к которой присоединяется интервал от *месы* до *неты*, то есть квинта. А от *месы* до *гипаты* — кварта, а до *просламбаномена* — октава. И от *гипаты* до *просламбаномена* — квинта. Разделение величины на равные части даёт кварту от *гипаты* до *месы* и квинту от *месы* до *неты*. А числа движений обратно пропорциональны разделению величин.

Разделение струны на четыре части даёт так называемые *гиперипату*, *диатонную гипату* и *нету высших*. *Нета высших* с *нетой разделённых* составляет кварту, с *месой* — октаву, с *гипатой* — октаву и кварту, с *гиперипатой* — октаву и квинту, с *просламбаноменом* — двойную октаву на понижение. А отношение (89) *гиперипаты* к *просламбаномену* — кварта на понижение, к *месе* — квинта на повышение, и *гипата* превышает *гиперипату* на тон. Отношение величины *гиперипаты* к *гипате* равно тону, а *неты разделённых* к *нете высших* — кварте. А числа движений обратно пропорциональны разделению величин.

Всё сказанное проясняется в числах. Разделим величину канона на 12 частей. *Меса* делит струну пополам, на отметке 6. От *гипаты средних* до начала — 4 части, от неты разделённых до конца — 4 части, и между ними — тоже 4. От *гиперипаты* до начала — три части, а до *гипаты* — одна. От [*неты*] *высших* до конца — 3 части, а до [*неты*] *разделённых* — одна. А между ними — 6, и от каждой из них до *месы* — 3. В разделении целого от начала до *гиперипаты* — 3 части, затем до *гипаты* — одна, затем до *месы* — две, от *месы* до [*неты*] *разделённых* — 2, затем до [*неты*] *высших* — одна, а от неё до конца — 3. А всего их 12.

С [*нетой*] *высших нета разделённых* даёт (90) сверхтретье отношение 4 к 3 или кварту, *меса* — двукратное 6 к 3 или октаву, *гипата* — двукратноэпидитритное 8 к 3 или октаву и кварту, *гиперипата* — трёхкратное 9 : 3 или октаву и квинту, весь *прослямбаномен* — четырёхкратное 12 к 3 или двойную октаву. С *нетой разделённых меса* даёт полуторное отношение 6 к 4 или квинту, *гипата* — двукратное 8 к 4 или октаву, *гиперипата* — двукратное-и-сверхчетвертное 9 к 4 или двойную кварту, весь *прослямбаномен* — трёхкратное 12 к 4 или октаву и квинту. С *месой гипата* даёт сверхтретье отношение 8 к 6 или кварту, *гиперипата* — полуторное 9 к 6 или квинту, весь *прослямбаномен* — двукратное 12 к 6 или октаву. С *гипатой гиперипата* даёт сверхвосьмерное 9 к 8 или тон, весь *прослямбаномен* — полуторное 12 к 9 или квинту. И с *гиперипатой* весь *прослямбаномен* даёт сверхтретье 12 к 9 или кварту.

Остальные движения обратно пропорциональны укорочениям канона: сверхвосьмерной тон, сверхтретья (91) кварта и полуторная квинта. Полуторная квинта превосходит сверхтретью кварту на сверхвосьмерной тон. Возьмём число 6, имеющее половину и треть, его сверхтретье 8 и полуторное 9; и 9 будет сверхвосьмерным к 8. Числа 6, 8, 9 образуют полуторное и сверхтретье отношения, разнящиеся на сверхвосьмерное.

Сверхтретья кварта состоит из двух сверхвосьмерных тонов и диезной лейммы; и [все тетрахорды] сплошь заполняются сверхвосьмерными тонами и диезными лейммами. Сначала заполним [тетрахорд] высших, начиная от *неты*. Удлинив *нету* на её восьмую часть, мы получим *диатон верхних*, тоном ниже. Удлинив *диатон* на его восьмую часть, мы получим *триту верхних*, тоном ниже *диатона*. Остаток до *неты разделённых* будет диезной леммой, восполняющей кварту до *неты высших*. Отняв от *неты разделённых* её девятую часть, мы поднимемся до *хроматики высших*, тоном выше *неты разделённых*. А удлинив [*нету разделённых*] на её восьмую часть, мы получим *паранету разделённых*, которая есть *диатон и нета соединённых*, тоном ниже *неты разделённых*. Если эту *нету* удлинить на её восьмую часть, (92) мы получим *триту разделённых* тоном ниже, и она же есть *диатон соединённых*. Подобным образом удлинив [*триту разделённых*] на её восьмую часть, мы получим *триту соединённых*, тоном ниже. Остаток до *месы* будет диезной лейммой, восполняющей октаву. Укоротив *месу* на её восьмую часть, мы получим *парамесу* или *хроматику соединённых*, тоном выше *месы*. Проделав такое укорочение ещё раз [с *парамесой*], мы получим *хроматику разделённых*. Остаток до *гипаты средних* будет диезной леймой, восполняющей кварту до *месы*. Удлинение *месы* на её восьмую часть даёт *диатон средних*, тоном ниже *месы*. Если [этот *диатон*] удлинить на его восьмую часть, получится *парипата средних*, тоном ниже. Если от *гипаты* отнять её девятую часть, получится *хроматика средних*, тоном выше. Удлинением [*гипаты*] на её восьмую часть получается *гиперипата*. А удлинением [*гиперипаты*] на её восьмую часть получается *парипата нижних*. Обратно, разделив весь *прослямбаномен* на 9 частей и удалив одну из них, мы получим *гипату нижних*, тоном выше целого, восполняющую леймой нижний тетрахорд до *парипаты*. Так замыкается полная неизменная система диатонического и хроматического родов. А в (93) энгармонической [системе] в каждом тетрахорде удаляется *диатон* и производится раздвоение [леймы].

Мы могли бы найти всё это в числах, начиная с неты высших, положив [*прослямбаномен*] равным 10368. От него берутся сверхвосьмерные и прочие упомянутые отношения, но мы не станем их приводить: легко опустить сказанное. Таково деление канона по Фрасиллу. Что касается гармонии небесных сфер, мы поговорим о ней, когда речь пойдёт об астрономии.

Четвёрка и десятка

Теперь мы перейдём к учению о пропорциях и средних, ведь сказано уже, что всякая пропорция есть среднее, но не всякое среднее — пропорция. Чтобы уяснить, что представляют собой пропорция и среднее, перейдём к учению о пропорциях и средних.

Как мы уже показали, все отношения созвучий отыскиваются в десятке, десятка же — в четвёрке, так что мы сначала поговорим о ней. Четвёрка составляет десятку. Ведь 1 + 2 + 3 + 4 = 10. В этих числах заключено созвучие кварты в сверхтретьем отношении, квинты — в полуторном, октавы — в двукратном, двойной октавы — в четырёхкратном. Из них составляется неизменная диаграмма.

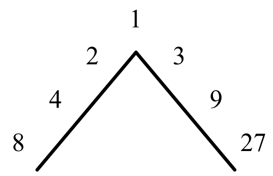
Четвёрка (94) сложения существенна для музыки, ибо в ней обнаруживаются все созвучия. Но пифагорейцы почитали её не только по этой причине, ибо они считали, что в ней заключена природа целого. Поэтому они приносили такую клятву:

> «*Нет, клянусь передавшим нашей душе четверицу,*
> *Вечной природы исток и корень в себе содержащу*».

«Передавшим» здесь зовётся Пифагор; считается, что это он её открыл и изрёк.

Первая четвёрка — та, о которой мы сейчас говорили, и она получается сложением первых четырёх чисел.

Вторая четвёрка образуется умножением единицы на чётные и нечётные числа. Первой берётся единица, ибо она является началом всех чётных, нечётных и чётно-нечётных чисел. Дальше идут три чётных или три нечётных числа в одном отношении. Они получаются именно такими, (95) а произвольное число отнюдь не является только чётным или только нечётным. Возникают две четвёрки умножения, чётная и нечётная, и чётная восходит в двукратном отношении, ведь первое чётное от единицы — это 2, а нечётная восходит в трёхкратном отношении, ведь первое нечётное от единицы — это 3. А единица — общая для обеих четвёрок, ведь она по своей сути и чётна, и нечётна. Второе число среди чётных — двукратное 2, среди нечётных — трёхкратное 3; третье среди чётных — 4, среди нечётных — 9; четвёртое среди чётных — 8, среди нечётных — 27.



В этих числах находятся отношения совершенных созвучий, включая тон. Единица есть потенциальное начало, знак и точка отношения. Вторые числа, 2 и 3, — потенциальные стороны; по своей природе они несоставные, первые, измеряемые единицей и измеряющие прямую. Третьи члены, 4 и 9, — потенциальные плоские квадраты, равно-равные. А четвёртые члены, 8 и 27, — потенциальные равно-равно-равные кубы. В этих (96) числах и в этой четвёрке происходит восхождение от точки к телу. За точкой идёт сторона, за стороной — поверхность, за поверхностью — тело. С помощью этих чисел Платон в *Тимее* создаёт душу.[57] Последнее из этих семи чисел равно сумме всех предшествующих:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 8 + 9 = 27.$$

Вот две четвёрки, одна получается сложением, а другая умножением, и они охватывают музыкальные, геометрические и числовые отношения, из которых складывается всякая гармония.

Третья четвёрка — та, которая в той же пропорции охватывает по природе все величины. Что в первой четвёрке единица, то в этой — точка. В той были потенциально сторонние числа 2 и 3, а в этой — два вида линии, окружность и прямая: для чётного — прямая, ограниченная двумя точками, а для нечётного — окружность, охваченная одной линией, не имеющей концов. В той были потенциально квадратные числа 4 и 9, а в этой — два вида поверхности, прямолинейная и сферическая. В той были потенциальные кубы 8 и 27, из них чётный — 8, а нечётный — 27; в этой же — двоякие тела: охваченные поверх-

[57] Платон, *Тимей*, 36bc.

ностями вращения шар и цилиндр, и составленные из плоскостей куб и пирамида. Эта третья четвёрка образует от точки линию, поверхность, тело.

Четвёртая четвёрка содержит простые тела: огонь, воздух, воду, землю, составляющие числовую пропорцию. В той была единица, а в этой — огонь; двойка есть воздух, тройка — вода, четвёрка — земля. Природа элементов при измельчении и укрупнении такова, что огонь относится к воздуху как 1 к 2, к воде — как 1 к 3, к земле — как 1 к 4, и схожая пропорция имеется между всеми остальными.

Пятая четвёрка — фигуры простых тел. Пирамида — фигура огня, октаэдр — воздуха, икосаэдр — воды, куб — земли.

Шестая четвёрка — порядок порождения. Семя — аналог единицы и точки, длина — двойки и линии, ширина — тройки и поверхности, толщина — четвёрки и тела.

Седьмая четвёрка — общественная. Её начало и единица — человек, двойка — дом, тройка — квартал, четвёрка — город. И из них состоит народ.

Эти четвёрки материальны и воспринимаемы чувствами.

Восьмая четвёрка — суждений, умственная и (98) сущностная: ум, знание, мнение, чувственное восприятие. Ум — по своей сути единица; знание — двойка, ведь знание именно таково; мнение — тройка, и мнение находится между знанием и неведением; чувственное восприятие — четвёрка, ведь оно четырёхчленно,[58] а чувство осязания является общим для всех, ибо все чувства действуют через осязание.

Девятая четвёрка — части живого, душа и тело. И душа имеет три части: разумную, страдательную и волевую, а четвёртое — тело, в котором душа.

Десятая четвёрка — времена года, и они всё порождают: весна, лето, осень, зима.

Одиннадцатая четвёрка — возрасты: ребёнок, юноша, муж, старик.

Вот одиннадцать четвёрок: первая — сложения чисел, вторая — умножения чисел, третья — величин, четвёртая — простых тел, пятая — фигур, шестая — порождений, седьмая — сообществ, восьмая — суждений, девятая — частей живого, десятая — времён года, одиннадцатая — возрастов. И они составляют пропорцию: что в первой и во второй единица, то в третьей — точка, в четвёртой — огонь, в пятой — пирамида, в шестой — семя, в седьмой — человек, в восьмой — ум, и оставшиеся тоже пропорциональны. Вот первая — единица, двойка, тройка, четвёрка; (99) вторая — единица, сторона, квадрат, куб; третья — точка, линия, поверхность, тело; четвёртая — огонь, воздух, вода, земля; пятая — пирамида, октаэдр, икосаэдр, куб; шестая — семя, длина, ширина, глубина; седьмая — человек, дом, квартал, город; восьмая — ум, знание, мнение, чувственное восприятие; девятая — разумное, страдательное, волевое, тело; десятая — весна, лето, осень, зима; одиннадцатая — ребёнок, юноша, муж, старик. Из этих четвёрок составлен совершенный космос, и он настроен гео-

[58] Зрение, слух, обоняние, вкус.

метрически, гармонически и арифметически, и потенциально содержит всю природу числа, всякую величину и всякое тело, простое и сложное. Ведь всё является его частью, а он не является частью чего-нибудь ещё. Потому пифагорейцы и давали упомянутую клятву, и ещё они говорили, что число подходит к всему. Вот они и были мудрыми, ибо все числа сводили к десятке, ведь за десяткой нет чисел, и мы всегда идём по порядку от единицы к десятке. А десятка состоит из четвёрки: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, так что все числа потенциально созерцаются в четвёрке.

Свойства чисел первой десятки

Единица является началом всего и возглавляет (100) всё. Из неё всё, а она не из чего-нибудь ещё, неделимая и в возможности всё, неизменимая, никогда не покидающая своей природы при умножении. И в ней — всё умопостигаемое, и нерождённое, и природа идей, и бог, и ум, и красота, и благо, и прочие умопостигаемые сущности, такие как красота сама по себе, справедливость сама по себе, равенство само по себе. Ведь всё прочее мыслится как одно и через него.

Первое увеличение и изменение единицы есть двойка, получаемая удвоением единицы. И в ней — материя, и всё воспринимаемое чувствами, и рождение, и движение, и увеличение, и составление, и общность, и соотнесённое.

Двойка, составленная с единицей, даёт три, и оно первым имеет начало, середину и конец. О нём впервые говорят «все»; а о меньших не говорят «все», но говорят либо «одно», либо «одно и другое», о трёх же говорят «все». Мы совершаем три возлияния, чтобы показать, что всё хорошо; и называем трижды несчастным того, кто во всём несчастен, и трижды блаженным — того, кто во всём благ. И оно первое, содержащее природу поверхности. Ведь тройка есть образ поверхности, и первым её воплощением будет треугольник, а у него есть три рода: равносторонний, равнобедренный и (100) разносторонний. Есть три рода углов: прямой, единый по природе, определённый и состоящий из равенства и подобия, благодаря чему все прямые углы равны между собой, будучи средними между острыми и тупыми, как превзойдёнными и превосходящими; прочие же — неограниченные и неопределённые, ведь они могут быть большими или меньшими. Из тройки, единицы и двойки складывается 6 — первое совершенное число, равное сумме своих частей; и это первое совершенное, сложенное с первым квадратом, даёт десятку.

Четвёрка является первым образом тела, и она — первое четырёхугольное число среди чётных. И в ней заключены всё созвучия, как было показано.

Пятёрка является средним в десятке. Ведь из каких бы двух чисел ни была сложена десятка, их среднее по арифметической пропорции будет равно 5. Таковы $9 + 1$, $8 + 2$, $7 + 3$, $6 + 4$. Все они дают в сумме 10, и среднее по арифметической пропорции равно 5, что видно на чертеже, где любое сложение двух противоположных чисел даёт 10, и среднее равно 5 по арифметической пропорции, и всюду края превышают среднее и превышаются им на одно и то же число. (102) Оно первое содержит все виды чисел, чётное и нечётное, каковы двойка и тройка: ведь единица не является числом.

1	4	7
2	5	8
3	6	9

Число 6 — совершенное, потому что оно равно сумме своих долей, как было показано. Поэтому оно называется брачным, ведь дело брака — производить потомство, подобное родителям. От него впервые составляется гармоническое среднее:[59] от 6 в сверхтретьем отношении берётся 8, в двукратном — 12: вот 6, 8, 12; и края превосходят и превосходятся на одну свою часть, а именно на треть. А арифметическое среднее от 6 составляется так: берётся в полуторном отношении 9, в двукратном — 12; и 9 на одно число превосходит и превосходится краями. И оно может быть средним в геометрической пропорции: берется его половина 3 и двукратное к нему 12, и получается геометрическая пропорция 3, 6, 12. Ведь 6 превосходит и превосходится краями в одном отношении, а именно в двукратном.

(103) Следующее число десятки, семёрка, обладает примечательным свойством. А именно, оно одно в десятке не рождается из другого и не рождает другое. Поэтому пифагорейцы называли его Афиной, у которой нет матери и которая сама не мать. Оно не рождается от спаривания и не спаривается. Среди чисел десятки одни рождают и рождаются, так 4 через двойку рождает 8, само же оно рождается от двойки. Другие рождаются, но не рождают, так 6 рождается от 2 и 3, но в декаде ничего не рождает. Иные же рождают, но не рождаются, так 3 и 5 не рождаются из спаривания чисел, но 3 рождает 9 и с двойкой рождает 6, а 5 с двойкой рождает 10. Только 7 не рождается спариванием и в пределах десятки спариванием ничего не рождает.

Платон в *Тимее*, следуя природе, составляет душу из семи чисел.[60] День и ночь, говорит Посидоний, обладают природой чётного и нечётного. Месяц составляется из четырёх седмиц, и первая седмица ограничена половинной Луной, вторая — полнолунием, третья — половинной, четвёртая же заканчивается соединением с Солнцем, и в следующую седмицу начинается новый (104) месяц. Утробный плод оформляется полностью за семь месяцев, как пишет Эмпедокл в *Очищениях*. Другие же говорят, что мужское начало оформляется за пять месяцев. И рождаются на седьмом месяце, и через семь месяцев после рождения прорезаются зубы, а полностью они вырастают за семь лет. Половое

[59] Это не так: ведь можно составить гармоническую пропорцию и из меньших чисел 2, 3, 6.

[60] Платон, *Тимей*, 35b.

созревание — ко второй седмице, а к концу третьей начинает расти борода, а возмужание всего тела происходит на четвёртой седмице.

И кризис болезни приходится на седьмой день, и седьмой день — самый тяжёлый во всех перемежающихся лихорадках, даже в трёх- и четырёхдневных. От равноденствия до равноденствия — семь месяцев,[61] и количество планет — семь. И от солнцестояния до солнцестояния — семь месяцев. И отверстий на голове семь. И внутренностей семь: язык, сердце, лёгкие, печень, селезёнка, две почки. Херофил говорит, что кишки человека имеют 28 локтей длины, то есть четыре седмицы. И самые крупные проливы обращают направление течения семь раз на дню.

Что касается восьмёрки, это первый куб, составленный из единицы и семёрки. Некоторые говорят, что всего имеется восемь (105) главных богов, что обнаруживается и в орфической клятве:

> «*О, прародители, смерти не знавшие, сущие вечно:*
> *Огнь и вода, земля и небо, Луна и Солнце,*
> *Нового дня сиянье и чёрная ночь, я вас призываю!*»

Евандр говорит, что на египетской стеле находится надпись, посвящённая владыке Крону и владычице Рее: «Старейшему и бессмертному богу Осирису, владыке дыхания, неба и земли, ночи и дня, отцу сущего и грядущего, Эросу, в память о его величии и в почитание его жизни». Тимофей сообщает, что поговорка «во всём восемь» возникла оттого, что в космосе восемь сфер окружает Землю, как говорит Эратосфен (106):

> «*Плотно прилаженные друг к другу,*
> *Восемь сфер охватили своими кругами*
> *Девятую Землю*».

Число девять — первый квадрат среди нечётных. Первые числа, два и три, чётное и нечётное, производят два первых квадрата, 4 и 9.

И конечно, десятка завершает собой все числа, охватывая собой природу обоих, чётного и нечётного, подвижного и неподвижного, добра и зла. Об этом много поведали Архит в книге *О десятке* и Филолай в книге *О природе*.

Средние

Вернёмся теперь к учению о пропорциях и средних. Есть несколько средних: геометрическое, арифметическое, гармоническое, противоположное, а также пятое и шестое. Говорят, что обращением каждого из них получается ещё шесть противоположных. Адраст утверждает, что пропорцией в собственном смысле называется лишь геометрическое среднее, идущее первым, и ос-

---

[61] В том же смысле, в котором греки говорили, что следующая олимпиада наступает после предыдущей на пятый год, называя олимпийский цикл «пятилетним».

тальные от него зависят, а оно от них — нет, как будет показано. Прочие же средние называются пропорциями в обобщённом смысле.

У пропорции в собственном смысле, а именно у геометрической, пределы и отношения иногда выразимы (такова пропорция 12, 6, 3 в двукратном (107) отношении, и всякая другая, составленная из чисел), иногда невыразимы и иррациональны (таковы величины, тяжести, времена); а отношения могут быть двукратными, трёхкратными, другими многократными либо сверхчастными. Как уже сказано, средний член превосходит и превосходится крайними: в геометрической пропорции — в одном отношении, в арифметической — на одно число, в гармонической — на одну и ту же часть крайних.

Порождение и разложение пропорций

Он показывает, что отношение равенства является начальным и первым, и пропорция тоже, а все прочие отношения и пропорции из них составляются и в них разрешаются. Эратосфен говорит, что всякое отношение возрастает или по интервалу, или своими членами; но равенству никакой интервал не причастен, так что оно может возрастать лишь своими членами. Взяв три величины, составим из них пропорцию и покажем, что вся математика состоит из количественных пропорций, и что [равенство] является началом, элементом и природой пропорции. Эратосфен говорит, что он опустил доказательства. Но Адраст специально показывает, что каковы бы ни были три члена пропорции, из них (108) можно составить три других, положив первый равным первому, второй — сумме первого и второго, третий — сумме первого, удвоенного второго и третьего, и эти три члена опять составят пропорцию.

Из пропорции с равными членами возникает двукратная пропорция, из двукратной — трёхкратная, из неё — четырёхкратная, и далее прочие многократные.

К примеру, возьмём наименьшую пропорцию равенства из трёх равных членов, то есть из трёх единиц. Составим три новых члена по указанному правилу: первый — из первого, второй — из первого и второго, третий — из первого, двух вторых и третьего. Получилась пропорция 1, 2, 4 в двукратном отношении. Снова составим из них другие члены по тому же правилу: первый — из первого, второй — из первого и второго, третий — из первого, двух вторых и третьего. Получилась пропорция 1, 3, 9 в трёхкратном отношении. Из неё подобным образом составляется пропорция 1, 4, 16 в четырёхкратном отношении, из неё — 1, 5, 25 в пятикратном отношении, и так до бесконечности, последовательно получая все имеющиеся многократные.

1	1	1
1	2	4
1	3	9
1	4	16
1	5	25
1	6	36
1	7	49
1	8	64
1	9	81
1	10	100

(109) Из обращённых многократных подобным образом составляются сверхчастные отношения и состоящие из них пропорции: из двукратной — полуторная, из трёхкратной — сверхтретья, из четырёхкратной — сверхчетвертная, и всегда в таком порядке. К примеру, возьмём трёхчленную пропорцию в двукратном отношении, и её наибольший член поставим на первое место. Образуем из неё три новых члена по тому же правилу: из пропорции 4, 2, 1 получается пропорция 4, 6, 9 в полуторном отношении. Снова возьмём трёхчленную пропорцию в трёхкратном отношении 9, 3, 1: из неё по тому же правилу составляется сверхтретья трёхчленная пропорция 9, 12, 16. Из четырёхкратной составляется сверхчетвертная пропорция 16, 20, 25, и так последовательно все имеющиеся одноимённые.

4	6	9
9	12	16
16	20	25
25	30	36
36	42	49
49	56	64
64	72	81
81	90	100

Из сверхчастных получаются сверхмногочастные и многократные-и-сверхчастные, и опять из сверхчастных — другие сверхчастные и многократные-и-сверхмногочастные. Большинство из них мы опустим за ненадобностью, некоторые же рассмотрим. Из полуторной пропорции с большим членом в начале по тому же правилу составляется пропорция в дваждысверхтретьем сверхмногочастном (110) отношении: так из 9, 6, 4 по тому же методу составляется 9, 15, 25. А если в начале стоит меньший член, из неё получается многократно-и-сверхчастная пропорция, а именно двукратная-и-половинная: так из 4, 6, 9 по тому же методу получается 4, 10, 25. Из сверхтретьей с большим членом в начале получается сверхмногочастная триждысверхчетвертная пропорция; так из 16, 12, 9 получается 16, 28, 49. А если в начале стоит меньший член, из неё получается многократно-и-сверхчастная пропорция, а именно двукратная-и-сверхтретья: 9, 21, 49. Из сверхчетвертной с большим членом в начале получается сверхмногочастная пропорция, а именно четыреждысверхпятерная; так из 25, 20, 16 получается 25, 45, 81. А если в начале стоит меньший член, из неё получается многократно-и-сверхчастная пропорция, а именно двукратная-и-сверхчетвертная, так из 16, 20, 25 получается 16, 36, 81. Такой порядок продолжается до бесконечности, так что их одних получаются другие по тому же принципу, что далее рассматривать уже не нужно.

И как все пропорции и все отношения составляются из первого отношения равенства, так же все они в него разрешаются. Во всякой данной пропорции с тремя неравными членами мы вычтем из среднего члена меньший, а из большего — меньший и удвоенный средний за вычетом (111) меньшего. Полученная пропорция будет той самой, из которой родилась данная. Если повторять это вычитание, в итоге оно разрешится в пропорцию равенства, из которой всё и было составлено, и которая уже ни на что не разлагается, только на отношение равенства.

Эратосфен доказывает, что все фигуры также составляются по некоей пропорции, и это составление также начинается с равенства и разрешается в равенство. Но об этом сейчас говорить нет нужды.

Классификация геометрических фигур

Всё это обнаруживается в фигурах. Первой идёт точка — не имеющий размеров и неделимый знак, граница линии, обладающая положением единица. Величина, имеющая одно протяжение и разделение — это линия, длина без ширины; два — поверхность, имеющая длину и ширину; три — тело, имеющее длину, ширину и глубину. Тело охватывается и ограничивается поверхностями, поверхность — линиями, линия — точками.

Среди линий прямая есть та, которая выпрямлена и как бы натянута между двумя точками, так что она является кратчайшей между этим концами, и лежит равным образом на всех (112) своих точках. Кривая же не такова. Тем же плоскость отличается от произвольной поверхности. Поверхность — это граница всякого твёрдого тела, двояко протяжённая по длине и ширине. Плоскость же — это выпрямленная поверхность. Через две точки плоскости проходит прямая, лежащая в этой плоскости. Параллельные прямые — это те, которые лежат в одной плоскости, не встречаются при их безграничном продолжении и всюду отстоят на одинаковое расстояние.

Плоские фигуры таковы, что все [прямые] линии лежат в их плоскости. Прямолинейные из них суть те, которые ограничены прямыми, прочие же — непрямолинейные. Среди плоских прямолинейных фигур те, которые ограничены тремя сторонами, называются трёхсторонними, четырьмя — четырёхсторонними, многими — многосторонними. Четырёхсторонние фигуры, у которых противоположные стороны параллельны, называются параллелограммами. Из них прямоугольными будут те, которые имеют прямые углы; а прямыми углы возникают, когда при падении прямой на прямую углы по обе стороны получаются равными. О всяком прямоугольнике говорится, что он охватывается равными сторонами, образующими прямые углы. Те прямоугольники, которые имеют четыре равные стороны, называются квадратами, прочие же — гетеромекными.

Среди тел те, которые охвачены шестью плоскими параллелограммами, (113) называются параллелепипедами; и когда все параллелограммы прямоугольны, то и параллелепипеды тоже прямоугольны. Те из них, у которых равны все стороны, и они имеют равные длину, ширину и глубину и охвачены равными квадратами, суть кубы. Если же у них длина и ширина равны, и основание квадратно, а высота меньше, то это плитки. А если длина и ширина равны, а основание больше, то это балки. А если все размеры не равны, то такие тела называются разносторонними.

Свойства средних

Теперь подробно поговорим о средних, ведь они необходимы для понимания сочинений Платона и содержащейся в них теории. Среднее возникает, когда между двумя однородными членами вставляется ещё один однородный член, так что превосходство первого большего над средним и превосходство среднего над меньшим соотнесены, так что как первый член к себе самому или к другим, или же обратно, как меньший к другим.

В частности, арифметическое среднее таково, что оно превышает и превышается крайними на одно и то де число; например 1, 2, 3. Ведь число 2 на единицу превышает 1 и на единицу превышается 3. Это среднее равно полусумме крайних. Вот 3 и 1 составляют 4, и это удвоенное среднее, 2.

(114) Геометрическое среднее и пропорция в собственном смысле превышает и превышается в одном и том же отношении, например в многократном или в сверхчастном; таковы 1, 2, 4. Ведь 4 к 2 есть двукратное и 2 к 1 тоже двукратное. Далее, превосходства 2 над 1 и 4 над 2 состоят в том же самом двукратном отношении. Этой пропорции присуще то, что произведение средних членов равно квадрату среднего. В нашем примере произведение крайних даёт 4, ведь $1 \times 4 = 4$. Но и 2, умноженное на себя, тоже даёт 4, ведь $2 \times 2 = 4$. Так что крайние дают то же, что и средний: 1, 2, 4.

Гармоническое среднее таково, что имеются три члена, и первый к третьему имеет то же отношение, что и избыток первого к избытку второго; например 6, 3, 2. Ведь шесть к двойке даёт тройное отношение, и избыток шестёрки над тройкой, равный трём, тоже имеет тройное отношение к единице, равной избытку тройки над двойкой. Этому среднему присуще то, что средний член превосходит и превосходится крайними на одну их часть. Возьмём 2, 3, 6: здесь шесть превосходит тройку на свою половину, и двойка превосходится тройкой на свою половину.

И если крайние сложить вместе и умножить на среднее, то результат будет удвоенным по сравнению (115) с произведением крайних. Вот $6 + 2 = 8$, и если результат умножить на средний член 3, произведение будет равно 24; и $2 \times 6 = 12$, к которому 24 будет двукратным.

Обратным к гармоническому называется такое среднее, когда третий член так относится к первому, как избыток первого к избытку второго. Вот 6, 5, 3. Здесь 6 превышает 5 на единицу, 5 превышает 3 на два. И 3 : 6 обратно двукратному. И единица, превышение первого числа, имеет к двойке, превышению второго числа, обратное двукратному отношение.

Пятое среднее получается, когда для трёх членов третий так относится ко второму, как избыток первого к избытку второго. Вот 5, 4, 2. И 5 превышает 4 на единицу, а 4 превышает 2 на двойку. И 2 к 4 обратно двукратному. И 1 к 2 тоже обратно двукратному, а и это есть избыток первого к избытку второго числа.

Шестое среднее получается, когда для трёх членов второй так относится к первому, как избыток первого к избытку второго. Вот 6, 4, 1. И 6 превышает 4 на двойку, а 4 превышает 1 на тройку. И 4 к 6 обратно полуторному. И двойка, (116) избыток 6, имеет к тройке, избытку четвёрки, обратное полуторному отношение.

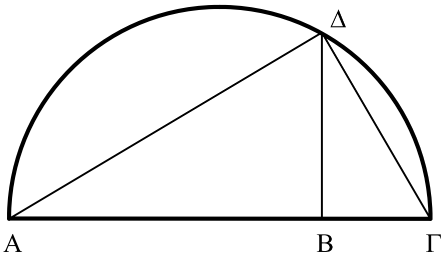
Многое об этих и им противоположных средних было открыто пифагорейцами. Мы же, следуя пифагорейскому учению, сделали обзор математических принципов, собрав их и сжато изложив.

Об отыскании средних

Среднее в арифметической пропорции находится так. К меньшему члену прибавляется половина от избытка большего над меньшим, и получается среднее; или берется сумма половин данных чисел, и получается среднее; или складываются оба, и берётся половина (чтобы найти полезное для платоновских дел). Пусть предложены два числа 12 и 6, и средний член берётся по арифметическому среднему. Возьмём избыток большего над меньшим, равный 6; его половина 3. Прибавим её к меньшему, получится 9, среднее между 12 и 6, численно превышающее и превышаемое на три: 12, 9, 6. И ещё раз, сначала сложим вместе крайние 12 и 6, получим 18. Его половина 9, и это среднее.

Среднее в геометрической пропорции находится так. Для числа, охваченного крайними членами, берётся сторона квадрата, и так находится средний член. Пусть даны два числа 24 и 6, (117) для которых предложено найти средний член в геометрической пропорции. Перемножив предложенные, получим 144. Возьмём для него сторону квадрата, получится 12, и это среднее. Ведь как 24 к 12, так и 12 к 6, в двукратном отношении.

Если крайние охватывают квадратное число, то средний член получается выразимым и соизмеримым по длине с крайними, и находимым в целых единицах. А если крайние охватывают неквадратное число, тогда средний член соизмерим с крайними лишь в степени.



Вот общий способ его получения, будь то случай выразимых и рациональных чисел, или же величины соизмеримы лишь геометрически. Вот два члена, для которых среднее пропорциональное берётся геометрически: пусть это AB и BΓ, лежащие по прямой. Построим полукруг на целом, и из B восстановим перпендикуляр BΔ до окружности. Он производит среднее между AB и BΓ в геометрической пропорции. Действительно, AΔ и ΔΓ производят в Δ прямой угол, ведь он находится в полукруге. Треугольник AΔΓ — прямоугольный, и высота ΔB делит его на треугольники, подобные целому и между собой. Но когда углы равны, стороны (118) пропорциональны. Так что как AB к BΔ, так и ΔB к BΓ. Поэтому BΔ будет средним пропорциональным между AB и BΓ, что и требовалось доказать.

Осталось показать, как находится средний член в гармонической пропорции. Пусть даны крайние в двукратном отношении, например 12 и 6. Избыток большего над меньшим, равный 6, мы умножим на 6 и получим 36. Приложим к нему сумму крайних, то есть 18, и ширину на 18, которая равна 2, прибавим к меньшему, то есть к 6, и так получим искомое. Ведь 8 превышает и превышается крайними на одну их часть, а именно на треть: 12, 8, 6.

Пусть даны крайние в трёхкратном отношении, например 18 и 6. Избыток большего над меньшим мы умножим на себя, получим 12 × 12 = 144, его половина 72, приложим к ней сумму крайних, то есть 24, и ширину приложенного, то есть 3, прибавим (119) к меньшему, и получим искомое среднее 9, которое превышает и превышается крайними на половину: 18, 9, 6.

Имеется и более общий способ отыскания среднего гармонического между любыми двумя неравными членами. Умножим избыток на меньший член и результат приложим к сумме крайних, а затем прибавим ширину приложенного к меньшему члену. Пусть даны два члена 12 и 4. Превышение 12, равное 8, умножим на меньшее 4 и получим 32. Приложим к 32 сумму крайних 16, и получившуюся ширину 2 прибавим к меньшему 4; результат 6 будет средним гармоническим для 12 и 4, ведь он превышает и превышается крайними на половину крайних: 12, 6, 4.

Так передаётся самое насущное и полезное из математических наук, требуемое для познания платоновских учений. Осталось запомнить основы астрономии.

Астрономия

О сферической форме неба и Земли

(120) Прежде всего необходимо установить, что весь космос сферичен, и в середине его находится Земля, которая также шаровидна, и она расположена в центре Вселенной и относится к ней как точка к величине. Детальное изложение потребовало бы долгого рассмотрения многочисленных доводов, но нам достаточно будет запомнить единственный обзор, в общих чертах переданный Адрастом.[62]

То, что космос сферичен и Земля шаровидна, и она расположена в центре Вселенной, и относится к ней как точка к величине, ясно из наблюдения за небесными восходами, закатами и обращениями, ведь для одних и тех же обитателей все восходы происходят в одном месте. Это ясно и из того, что во всяком месте Земли нам видна лишь половина небесных явлений, а остальные невидимы под землей, поскольку Земля заслоняет их от нас. Ведь известно, что зрение падает во все концы неба по равным прямым; и когда диаметрально противоположные звёзды описывают большой круг, они всегда восходят и заходят в соединении. Ведь если бы Вселенная имела не сферическую, а коническую, цилиндрическую, пирамидальную или какую-нибудь иную форму, то для Земли этого бы не случилось, но одни части неба над Землей выглядели бы большими, другие меньшими, ибо прямые (121) от Земли до неба не были бы равны по величине.[63]

Земля шаровидна прежде всего с востока на запад, что подтверждают восходы и закаты одних и тех же звёзд, ведь для жителей востока они происходят раньше, а для жителей запада — позже. Это подтверждает затмение Луны: ведь оно происходит в одну и ту же короткую пору, но наблюдается в разные часы, и всегда чем восточнее, тем позже, поскольку из-за округлости Земли Солнце освещает различные долготы не одинаково, и по причине противовращения земной тени затмение происходит ночью.[64]

Ясно, что она шаровидна также и от арктических и северных до южных и полуденных краёв. Ведь по мере перемещения от полюса к полуденным стра-

---

[62] Этот «обзор Адраста», написанный в середине I в. н. э., имеет значительное количество пересечений с *Альмагестом* Клавдия Птолемея. Теон Смирнский был старшим современником Птолемея. Маловероятно, что первые разделы *Альмагеста* опираются на обзор Адраста: совпадая в порядке изложения и терминологии, эти два текста заметно разнятся в деталях. Скорее следует предполагать, что оба текста имеют общий источник, быть может — трактат Гиппарха (II в. до н. э.), с содержанием которого Теон мог познакомиться или через Адраста, или напрямую. Что-то может восходить в этих сочинениях к Эратосфену (III в. до н. э.) и Дикеарху (конец IV в. до н. э.).

[63] Ср. Птолемей, *Альмагест*, I, 3.

[64] Ср. Птолемей, *Альмагест*, I, 4.

нам звёзды и небесные явления, которые были видны постоянно, становятся заходящими и восходящими; а те, которые были постоянно скрыты от нас, схожим образом становятся восходящими и заходящими. Так звезда, называемая Канопус, севернее Книда не видна,[65] но видна южнее, и чем дальше плыть, тем сильнее. И обратно, если двигаться с юга на север, многие из тех звёзд, что прежде восходили и заходили, становятся постоянно невидимыми, а те, что находятся вокруг Медведиц и ранее наблюдались как восходящие и заходящие, становятся видны постоянно, и тем больше, чем дальше продвигаться.[66]

Будучи повсюду округло ограничена, (122) Земля тем самым должна быть шаровидной.

Далее, всякая тяжесть по природе движется к середине. Если допустить, что некоторые части Земли более удалены от середины из-за их размера, то тогда охватывающие их меньшие части обязательно будут вытесняться, преодолеваться тяжёлыми и удаляться от середины, пока не установится равенство и равноправие, и всё не придёт в равновесие и покой, подобно борцам равной силы. Но если все части Земли равноудалены от середины, то она имеет форму шара.[67]

Далее, поскольку стремления всех тяжестей направлены к середине, они сходятся в одной точке, падая в неё по отвесу, и их направления образуют с поверхностью Земли равные углы, так что поверхность Земли должна быть сферической.

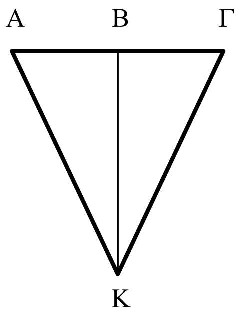
Поверхность моря и всякой спокойной воды также имеет форму шара. Это явственно обнаруживается чувствами. Ведь если, стоя на берегу, наблюдать нечто за морем: гору, дерево, башню, корабль или саму землю, и установить зрение, наклонившись к самой поверхности моря, то или ничего не будет видно, или будет видна только малая часть большого целого, поскольку поверхность моря своим искривлением заслонит зрение. Часто во время плавания (123) с корабля не видно ни земли, ни идущего впереди корабля; но, поднявшись на мачту, их можно видеть, находясь выше и превзойдя искривление земли, заслоняющее зрение.

---

[65] Страбон в *Географии*, II, 5 свидетельствует о том, что наблюдения Канопуса производил живший на острове Книд математик и астроном Евдокс (ок. 406–355 до н. э.). Можно предположить, что эти наблюдения использовались для определения размеров Земли. Возможно, что именно на наблюдениях Евдокса основывалась первая оценка размеров земного шара в 400 тыс. стадиев, о которой сообщает Аристотель в трактате *О небе* (II, 14, 292a17).

[66] Ср. Аристотель, *О небе*, II, 14: «Некоторые звёзды, видимые в Египте и в районе Кипра, не видны в северных странах, а звёзды, которые в северных странах видны постоянно, в указанных областях заходят».

[67] Ср. Аристотель, *О небе*, II, 14; Архимед, *О плавающих телах*, I, 2.



Можно физически и математически доказать, что поверхность всякой спокойной воды сферична. Ведь вода по природе стекает от высоких мест к низким. Но высокие места более удалены от центра Земли, а низкие — меньше. Допустим, что поверхность воды АВГ является плоской, и проведём к центру Земли К от середины отвес КВ, и от краёв поверхности — прямые КА и КГ. Ясно, что обе линии КА и КГ длиннее КВ, и обе точки А и Г более удалены от К, чем В, и находятся выше, (124) чем В. Поэтому вода будет стекать из А и Г вниз к В, пока В не сравняется по уровню с А и Г. Схожим образом точки любой поверхности воды будут равноудалены от К. Ясно, что тем самым эта поверхность сделается сферической. Поэтому совокупная масса Земли и воды будет сферической.

И нельзя считать, что высота гор над окрестными низинами в отношении ко всей величине Земли является достаточной причиной её искажения.[68] Эратосфен показал, что вся величина Земли, измеренная по большому кругу, составляет 25.2000 стадиев,[69] Архимед же говорит, что выпрямленная окружность круга имеет в сравнении с диаметром трёхкратную и превышающую приблизительно на седьмую часть величину.[70] Так что диаметр Земли приближённо равен 8.0182 стадиев. Ведь для него трёхкратное с добавлением седьмой части равно 25.2000 стадиев по обводу. Далее, Эратосфен и Дикеарх[71] нашли, что высота высочайших гор над низинами составляет десять стадиев по отвесу, получив этот результат с помощью диоптра, позволяющего по результатам на-

[68] По-видимому, именно такое возражение против доказательства Архимеда выставлял Эратосфен, о чём имеется свидетельство Страбона: «Разве не смешно теперь видеть, как математик Эратосфен отказывается признать установленный Архимедом в сочинении *О плавающих в жидкости телах* принцип, что поверхность всякой покоящейся жидкости принимает форму шара, центр которого совпадает с центром Земли, а ведь это принцип, который теперь применяется всяким мало-мальски знающим математику» (*География*, I, гл. III, 11).

[69] Точка поставлена перед каждым четвёртым разрядом, что соответствует греческому счёту мириадами.

[70] Архимед, *Измерение круга*, III.

[71] Дикеарх из Мессены, ученик Аристотеля, автор *Описания Земли*.

блюдений измерять (125) удалённые размеры.[72] Тем самым высота наибольших гор составляет восьмитысячную долю от всего диаметра Земли. Возьмём шар диаметром в один фут. Один дактиль составляет двенадцать диаметров просяного зерна, так что однофутовый диаметр нашего шара составит 200 диаметров просяного зерна или даже меньше. Ведь фут равен 16 дактилям, дактиль же равен 12 диаметрам просяного зерна, и 16 × 12 = 192. И сороковая доля диаметра просяного зерна будет больше восьмитысячной доли футового диаметра, ведь 40 × 200 = 8000. Но мы видели, что наивысшая гора по отвесу составляет приблизительно восьмитысячную долю диаметра Земли, что несколько меньше отношения сороковой доли диаметра просяного зерна к диаметру однофутового шара. И отношение объёма шара в сороковую долю диаметра просяного зерна к объёму однофутового шара превышает отношение объёма шара в десять стадиев по отвесу к объёму всей Земли. Шар, имеющий диаметр (126) в сороковую долю диаметра просяного зерна, составляет шестидесятичетырёхтысячную долю от целого зерна. Сферическая гора в десять стадиев по отвесу содержит около 524 телесных стадиев, и вся Земля содержит 269.9410.4331.7821⅓ телесных стадиев.[73]

Далее, доказано, что прямоугольная фигура, охваченная диаметром и выпрямленной окружностью большого круга, есть четырежды взятая четверть сферы, равная этому кругу. Найдено, что квадрат диаметра имеет к площади круга отношение 14 к 11,[74] ведь окружность к диаметру имеет трёхкратное-и-сверхседьмое отношение. Если диаметр равен 7, то окружность равна 22, а её четверть равна 5½. Квадрат на диаметре равен 49, круг равен 38½, и чтобы убрать половины, удвоим и получим квадрат 98, круг 77. В наименьших и первых числах получается отношение 14 к 11, ведь наибольшей общей мерой этих величин является число 7, которое содержится в 98 четырнадцать раз, а в 77 — одиннадцать. Отношение куба диаметра (127) ко вписанному в этот куб круговому цилиндру равно 14 к 11. Но Архимед показал, что цилиндр имеет к вписанному в него шару полуторное отношение.[75] Так что когда куб диаметра равен 14, цилиндр равен 11 и шар — 7⅓.

Теперь можно найти объёмы земного шара и наибольшей горы, выраженные в числах. Сферическая гора в десять стадиев по отвесу имеет ко всей Земле несколько меньшее отношение, чем шестидесятичетырёхтысячная часть просяного зерна к сфере футового диаметра. Однако гора не сферична, и ясно, что она заметно меньше. И такая часть просяного зерна, когда она приставлена к

---

[72] Об измерениях Дикеарха см. также: Гемин, *Элементы астрономии*, § 14; Плиний, *Естественная история*, II, 65, § 162.

[73] Несколько странный результат: измерение Эратосфена для диаметра Земли и приближение Архимеда для $\pi = {}^{22}/_{7}$ должны давать $270.0250.4350.8297^{11}/_{21}$ телесных стадиев.

[74] Архимед, *Измерение круга*, II.

[75] Архимед, *О шаре и цилиндре*, I, XXIV.

однофутовой сфере или отнята и растёрта, не создаёт никакого различия. Гора высотой 10 стадиев по отвесу имеет к Земле такое же отношение, и потому она не искажает всей поверхности земли и моря.

охват Земли .... 25.2000 стадиев
диаметр .... 8.0182 стадиев
квадрат диаметра 64.2915.3124 кв. стадиев
куб диаметра 515.5023.5578.8568 куб. стадиев
$^1/_{14}$ часть куба 36.8215.9684.2040$^4/_7$ куб. стадиев

(128) Земля сферична и покоится в середине космоса. Ведь если её отклонить из этого положения, во всех её частях уже не будет половины неба сверху и половины снизу, и прямые ото всех точек до краёв неба уже не будут равными.[76] И что вся Земля не имеет воспринимаемого отношения к величине неба и является в нём точкой по положению, ясно из того, что всякую точку ойкумены можно считать за центр солнечной сферы, и это не приведёт ни к какому параллаксу. Поскольку Земля по необходимости служит центром всех сфер, всякая её точка будет представляться таким центром. Ясно, что (129) вся Земля является точкой по сравнению с целой солнечной сферой, и тем более с неподвижными звёздами. Поэтому всегда наблюдается половина космоса.[77]

О форме всей Земли, её срединном положении, незаметной величине в сравнении со Вселенной достаточно будет того, что последовательно передано Адрастом в кратком изложении.

О небесных кругах

Далее говорится следующее: небесная сфера вращается вокруг неподвижных полюсов и соединяющей их оси, и в её середине находится Земля, а все звёзды переносятся вместе с небесами, так что все точки вычерчивают параллельные круги, равноудалённые друг от друга и перпендикулярные оси, и описываемые вокруг полюсов. Круги, описываемые звёздами, можно сосчитать, но круги прилегающих друг к другу точек бесконечны. Некоторые из них имеют особые названия, которые полезно знать для полноты небесной теории.

Один из этих кругов всегда находится над нами, охватывая (130) видимый полюс, и сам он тоже всегда виден, и называется арктическим по созвездиям Медведиц. Другой, равный первому, расположен с обратной стороны, вокруг невидимого полюса, и сам он невидим для нас, и называется антарктическим.[78]

---

[76] Ср. Птолемей, *Альмагест*, I, 5.

[77] Ср. Птолемей, *Альмагест*, I, 6.

[78] Арктический и антарктический круги — это не то же самое, что наши северный и южный полярный круги. Наши полярные круги фиксированы по положению: на северном полярном круге Солнце в день летнего солнцестояния в полночь видно на горизонте. Что касается арктического круга, он охватывает область незаходящих для данной широты звёзд, и его положение на небе зависит от широты наблюдения.

Посредине между ними лежит большой круг, делящий всю сферу пополам; он называется кругом равноденствий,[79] поскольку в этом климате [80] Земли все дни и ночи равны; в других же день равен ночи, когда восходы и закаты Солнца происходят по этому кругу. Между кругом равноденствий и арктическими кругами находятся тропики, из которых тот, что является для нас летним, находится по одну сторону круга равноденствий, зимний же — по другую, и Солнце подходит то к южному тропику, то к северному.

Под наклоном к ним лежит зодиак — большой круг, касающийся тропиков в противоположных точках, из которых летняя находится в Раке, другая же в Козероге. Сам он делится кругом равноденствий пополам в Весах и Овне. По нему перемещаются Солнце, Луна и прочие планеты: Фенонт, именуемый Кроносом, подобно Солнцу; Фаэтон, именуемый Зевсом; Пюроэйс, именуемый одними по Аресу, другими по Гераклу; (131) Фосфор, именуемый по Афродите и носящий также имена Утренней и Вечерней звезды, а за ними Стилбон, именуемый Гермесом.[81]

Говорят также о круге горизонта, который отбрасывается нашим зрением и через загораживание Землёй делит цельное небо на равные половины, то есть на видимое полушарие над Землёй и невидимое под Землёй. Этот круг является большим и делит пополам большие круги равноденствий и зодиака. Две диаметрально противоположные звезды всегда восходят над ним и заходят за него в соединении. И он делит полуденный круг пополам. Полуденным кругом [82] называется большой круг, проходящий через оба полюса перпендикулярно горизонту. А зовётся он (132) так, потому что Солнце проходит через него в полдень в наивысшей точке. Иногда его называют бесхвостым, потому что часть его около невидимого полюса нам не видна.

Круг равноденствий и оба тропика неизменны по величине и положению. Говорят, что точки и линии заданы по положению, когда они всегда занимают одно и то же место. Говорят также, что площади, линии и углы заданы по величине, когда они обнаруживают равенство. Круг равноденствий и оба тропика всегда занимают одно и то же неизменное место. И они обнаруживают равенство: круг равноденствий — с зодиаком, горизонтом и полуденным кругом; и летний тропик с зимним, а зимний с летним. И они всегда даны, ведь мы не можем положить их такими или другими, им по природе положено быть та-

---

[79] «Круг равноденствий» = небесный экватор. Это название объясняется тем, что когда Солнце при своем движении по эклиптике оказывается на небесном экваторе, имеет место равенство дня и ночи.

[80] «Климаты» (= «наклоны») — широтно-климатические зоны, на которые древние делили Ойкумену. Понятие «климат», по-видимому, ввёл в науку Эратосфен.

[81] Кронос = Сатурн, Зевс = Юпитер, Арес = Марс, Афродита = Венера, Гермес = Меркурий. Что касается вторых имён пяти планет (Фенонт, Фаэтон, Пюроэйс, Фосфор, Стилбон), все они обозначают нечто светящееся и сияющее.

[82] «Полуденный круг» = небесный меридиан.

кими, какие они есть, и они уже даны, так что мы не можем их задать. Итак, заданы и фиксированы по природе круг равноденствий и тропики по обе стороны от него, причём как по положению, так и по величине.

Зодиак задан по величине, а по положению на небе он задан, а для нас нет. Ведь относительно нас он из-за своего наклона (133) меняет положение. Полуденный круг и горизонт заданы по величине, ведь они являются большими кругами; но они меняют своё положение в разных климатических зонах Земли, будучи различными в разных местах. И при перемещении по Земле не будет ни одного и того же горизонта, ни одной и той же середины неба,[83] ни одного и того же полуденного круга.

А круги около полюсов, арктический и антарктический, не заданы ни по величине, ни по положению. Они различны в южных и северных климатических зонах, и выглядят то большими, то меньшими. Но в средней зоне Земли, которую называют равноденственной, где из-за жары никто не может жить, дела обстоят иначе: там оба полюса видны на горизонте. И сферу иногда называют отвесной, потому что в этих местах Земли все параллельные круги отвесны к горизонту.

Все эти круги являются кругами по своей сути, будучи охваченными одной линией. Лишь тот, что называется зодиаком, имеет некоторую ширину, словно круг барабана, на котором расположены зодиакальные созвездия. Круг, который лежит в середине зодиака,[84] является большим, касается тропиков в обеих точках и делит круг равноденствий пополам. А круги, охватывающие пояс зодиака с обеих сторон, являются меньшими в сравнении со средним.

Звёзды и планеты

(134) Большинство светил неподвижны, и они закреплены на первой и наибольшей внешней сфере и переносятся одним неизменным круговым движением, и они размещены на этой сфере и перемещаются вместе с ней, и всегда сохраняют своё положение и взаимное расположение, и не выказывают никаких изменений фигур, равно как перемен величины или цвета.

Солнце, Луна и все прочие светила называются странствующими (πλανητά), ибо они переносятся вместе со всеми неподвижными звёздами в ежедневном движении от восхода к закату, но также с каждым днём обнаруживают и производят другие движения. Ведь они вторичным образом оставляют зодиакальные созвездия, и не в направлении собственного пути, но в так называемом обратном перемещении по долготе. Кроме того, они обращаются от севера к югу и обратно, меняя широту от летнего тропика до зимнего, переносимые по наклону зодиака, как это всегда можно видеть. Внутри зодиакальной (135) полосы они иногда видны севернее середины, а иногда южнее, и тогда о них говорят как о «повышенных» и «пониженных». И они делаются то больше, то

[83] «Середина неба» — то же, что зенит.

[84] «Круг в середине зодиака» = эклиптика.

меньше, меняясь по величине; и они то приближаются к Земле, то удаляются от нас, перемещаясь по глубине. Из-за этого в скорости их движения по зодиаку наблюдаются неравномерности, и они не проходят равные расстояния за равные времена, но когда кажутся большими, движутся быстрее из-за близости к Земле, а когда кажутся меньшими, движутся медленнее из-за удалённости от Земли.

Видимое перемещение Солнца по широте зодиака весьма невелико, составляя одну долю из 360. Для Луны, как писали древние, и для Афродиты оно больше, а именно около 12°. Гермес покрывает около 8°, Арес и Зевс — около 5°, Кронос — около 3°. Луна и Солнце отклоняются по широте от середины во всех знаках зодиака одинаково, а прочие планеты — нет, в одних знаках уходя к северу, а в других — к югу.

Луна обходит зодиакальный круг по долготе от точки до той же самой точки, продвигаясь всегда вперёд (136) и никогда назад, примерно за 27⅓ дней и ночей, Солнце — за 365¼ дней и ночей. Афродита и Гермес обнаруживают неравномерности, но отклонение времени невелико, и можно сказать, что в целом они бегут наравне с Солнцем, которое всегда удерживает их близ себя, так что они иногда уходят вперёд, а иногда отстают. Арес замыкает круг менее чем за два года, Зевс — за двенадцать лет, а Кронос — несколько менее, чем за 30 лет.

Восходы и закаты

Соединения с Солнцем, появления и исчезновения, называемые также восходами и закатами, происходят не одинаково у всех планет. Луна после соединения с Солнцем уходит во вторичном движении вперёд, всегда заходя вечером и восходя утром. Напротив, Кронос, Зевс и Арес двигаются по зодиакальному кругу медленнее Солнца, отставая от него и уступая ему во вторичном движении, а потому всегда восходя вечером и заходя утром. Афродита и Гермес бегут наравне с Солнцем, всегда обращаясь к нему, то уходя вперёд, то отставая от него; так что они восходят и скрываются иногда вечером, иногда же утром. В то время как другие планеты уходят от Солнца (137) на любое расстояние вплоть до диаметрального, эти две планеты всегда удерживаются Солнцем. Гермес уходит от него на 20°, что составляет примерно две [трети] одного знака зодиака, и таковы его наибольшие отклонения к восходу и закату, а Афродита — на 50° к восходу или закату.

Слово «восход» имеет несколько значений. Главное и общее — это первое появление Солнца и прочих звёзд над горизонтом; переносное — это выход светил из солнечной зари, и оно одноимённо с первым; оставшееся — это так называемый «край ночи», когда при заходе Солнца диаметральные звёзды появляются на востоке, а называется он «краем ночи», потому что с такого восхода начинается ночь. Точно так же «закат» в первом и общем значении — это уход за горизонт; в переносном — вхождение светил в солнечную зарю, и он называется так по первому уходу; в оставшемся — это «край ночи», когда при восходе Солнца гаснут диаметральные звёзды.

Что касается «восходов» из солнечной зари и «закатов» в неё, иначе сказать — появлений и исчезновений, то они бывают утренними и вечерними. На утреннем «восходе» светило выходит из солнечной зари, совсем как при появлении (138) Большого Пса; на вечернем оно впервые появляется после захода Солнца, как это бывает с молодой Луной. Точно так же на утреннем «закате» светило, в предыдущие дни восходившее перед Солнцем, перестаёт предвещать его появление, как это бывает с Луной; на вечернем «закате» оно из-за сближения с солнечной зарёй становится невидимым.

Порядок планет в небесной гармонии

О месте сфер и положении и порядке кругов, по которым переносятся планеты, имеются соображения пифагорейцев. Ближе всего к Земле — круг Луны, вторым идёт Меркурий, за ним — Афродита, на чётвёртом месте — Солнце, на пятом — Арес, на шестом — Зевс, завершающий и ближайший к неподвижным звёздам — круг Кроноса. Солнце помещается среди планет как властитель и сердце Вселенной. Вот что говорит об этом Александр Этолийский (139):

Круги поднялись друг за другом всё выше и выше:
Ближе всего к Земле кружится богиня Селена,
На месте втором — Стилбон, черепаха Гермеса,[85]
Далее Фосфор блещет во славу Киприды,
Гелиос правит конями на круге четвёртом,
Пятым идёт Пюроэйс кровавый, Арес-фракиец,
Шестым — Фаэтон, звезда блестящая Зевса,
Седьмым — Фенонт, Кронос, к звёздам ближайший.
Они семиструнной лиры звучат голосами,
И изливают гармонию по своим интервалам.

Пифагорейцы утверждают, что космос соответствует гармонии, и стремления небес разнятся по отношениям стройных и (140) созвучных голосов, и скорости движений воплощены в стройных и созвучных голосах. Именно об этом говорит Александр:

В центре Земля звучит, как низкий голос гипаты,
Сфера недвижных звёзд — нета соединённых,
Гелиос — меса посредине планетного хора,
Круг холодный выше неё расположен на кварту,
Фенонт ушёл на полтона ниже этого круга,
Фаэтон — ещё на полтона, и на столько же Арес.
Гелиос, радость смертных, ниже Ареса тоном.

[85] Гермес сделал первую лиру из панциря черепахи.

От его сияния на три полутона спустилась Киприда,
Стилбон, влекомый Гермесом, ниже её на полтона,
Ещё на полтона — Луна, многоликой природы,
Хтон, богиня Земли, ниже Солнца на квинту.
Пять зон на Земле, от воздушной до пышущей жаром,
В согласии с пылким огнём и с инеем хладным.
Шестью небеса тонами весь диапазон охватили.
Отпрыск Зевса, Гермес, верный звук указал сиренам
Семиструнной кифары, вдохновенного космоса.

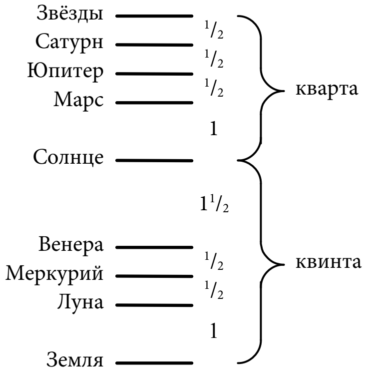
(141) Здесь Александр напоминает о порядке сфер, и очевидно, что он указывает, какие интервалы соседние сферы составляют между собой. Семиструнную лиру, творение Гермеса, он называет образом космоса, а весь диапазон настроен по девятиструнным созвучиям и охватывает шесть тонов.[86]

Голос *гипаты* он отдаёт Земле, поскольку она тяжелее всех; впрочем, недвижно пребывая в середине, она не должна издавать никакого голоса. Он отдаёт *нету соединённых* сфере неподвижных звёзд и располагает семь планет между этими голосами. Далее, *месу* он отдаёт Солнцу, и *гипата* созвучна с *месой* не в квинту, а в кварту, и образует октаву не с *нетой соединённых*, а с *нетой разделённых*.

Вся система настроена не по диатоническому роду: ведь в этом роде не интонируются ни несоставной интервал в три полутона, ни два полутона подряд. (142) Но это и не хроматика: ведь в хроматике не интонируется несоставной тон. Не сказать также, что эта система смешана из обоих родов: ведь если поместить подряд более чем два полутона, целое не будет благозвучным. Всё это скрыто от тех, кто непосвящён в музыкальные таинства.

Эратосфен в схожей манере утверждает, что гармония создаётся круговращением звёзд, однако он размещает их в другом порядке. После Луны на второе место над Землёй он помещает Солнце. Он говорит, что юный Гермес изобрёл лиру, а затем впервые взошёл на небеса, обогнал вышеупомянутые планеты и удивился тому, что устремление их круговращений настроено так

[86] Схема космического диапазона по Александру Этолийскому:



же, как лира. Этот муж в эпических стихах объясняет, что Земля пребывает в покое, а сфера неподвижных звёзд и семь планет в своём движении вокруг неё издают восемь голосов, производя октахорд лиры в созвучии октавы; и это объяснение более музыкально, (143) нежели у Александра.

А математики располагали планеты ни в том и ни в другом порядке, но помещали за Луной Солнце, а за ним одни — сначала Меркурий, потом Венеру, другие же — сначала Венеру, потом Меркурий, прочие же планеты, как уже было сказано.

Миф об устройстве небес в «Государстве» Платона

Платон в конце *Государства*, склоняя собеседников к справедливости и доблести, рассказывает миф об устройстве небес. Он говорит, что ось, соединяющая полюса, подобна столпу; другая же, словно позвоночник и веретено, содержит в себе полые валы, к которым прикреплены позвоночные диски звёздных сфер, из которых семь относятся к планетам, а восьмая, охватывающая остальные, — к неподвижным звёздам. Он разъясняет порядок сфер сообразно величине каждой звезды, её цвету и скорости её обратного движения, и говорит при этом следующее: [87]

«Всем, кто провёл на лугу семь дней, на восьмой день надо было встать и отправиться в путь, чтобы за четыре дня прийти в такое место, (144) откуда сверху виден луч света, протянувшийся через всё небо и землю, словно столп, очень похожий на радугу, только ярче и чище. К нему они прибыли, совершив однодневный переход, и увидели посредине этого света свешивающиеся с неба концы связей: ведь этот свет — узел неба; как канатные скрепы на триерах, так он скрепляет небесный свод. На концах этих связей висит веретено Ананки, придающее всему вращательное движение. У веретена ось и крюк — из адаманта, а вал — из адаманта в соединении с другими породами.

Природа этого вала такова: внешний вид у него такой же, как у здешних, но по описанию надо представлять себе его так: в большой полый вал вставлен пригнанный к нему такой же вал, только поменьше, как вставляются друг в друга сосуды. Таким же образом и третий вал, и четвёртый, и ещё четыре. Всех валов восемь, они вложены один в другой, их края сверху имеют вид кругов на общей оси, так что снаружи они как бы образуют непрерывную поверхность единого вала, ось же эта прогнана (145) насквозь через середину восьмого вала. Первый, наружный вал имеет поверхность крайнего круга, шестой вал — вторую, четвёртый — третью, восьмой — четвёртую, седьмой — пятую, пятый — шестую, третий — седьмую, второй — восьмую.

Круг самого большого вала — пёстрый, круг седьмого вала — самый яркий; круг восьмого заимствует свой цвет от седьмого; круги второго и пятого валов

[87] Платон, *Государство*, 616b–617b.

близки друг к другу по цвету и желтее тех, третий — самого белого цвета, четвёртый — красноватого, а шестой стоит на втором месте по белизне.

Всё веретено, вращаясь, движет космос как целое, но при его вращательном движении внутренние семь кругов медленно поворачиваются против вращения целого. Из них быстрее всего движется восьмой круг, на втором месте по быстроте — седьмой, шестой и пятый, которые движутся с одинаковой скоростью; на третьем месте, как они заметили, стоят вращательные обороты четвёртого круга; на четвёртом месте — третий круг, а на пятом — второй.

Вращается же это веретено на коленях Ананки. Сверху на каждом из кругов восседает (146) по Сирене; каждая из них издает однотонный звук. Из всех восьми звуков возникает созвучие гармонии».

Вот что сказано Платоном. Наше объяснение приведено в *Комментарии к Государству*. По этому разъяснению мы построили сферу. Ведь сам Платон говорит, что обучать без зрительного уподобления — напрасный труд. По его словам, на кругах восседают Сирены, и это имя произведено от слова «жечь» (σειριάζειν). И Адраст говорит, что все поэты обычно называют звёзды жгучими (σείρια), подобно Ивику:

«*Палящие,*
в долгой ночи жгучие ярко блистали».

Другие же прилагают это слово только к ярким и выдающимся звёздам. Арат называет остро жгучей (σείριος) звезду в созвездии Пса,[88] и трагик говорит о планетах так (147):

«*Что это за эта звезда промчалась,*
Жгучая?»[89]

Некоторые говорят, что звёзды не называются Сиренами; но согласно пифагорейцам, гармоничные голоса и созвучия производятся гулом круговращений, сливаясь в совершенной гармонии звуков.

Движения планет

Некоторые из планет, говорит Адраст, всегда отстают, и таковы Солнце и Луна. Они никогда не переходят в предыдущий знак зодиака, но всегда представляются переходящими в следующие знаки, а потому они не совершают ни остановок, ни возвращений. Прочие же планеты и продвигаются, и отстают, а потому у них обязательно наблюдаются и остановки, и возвращения.

Отставание есть кажущийся переход планеты в следующий к востоку знак зодиака, как говорит Адраст. Платон же говорит, что это не кажимость, но действительный переход планеты в следующий к востоку знак зодиака, например из знака Рака в знак Льва. Опережение есть кажущийся переход планеты в

[88] Арат, *Феномены*, 331.

[89] Еврипид, *Ифгения в Авлиде*, 6–7.

предыдущий к западу знак зодиака, например из знака Рака в (148) знак Близнецов. Остановка есть кажущаяся неподвижность планеты, когда она на некоторое время останавливается около неподвижной звезды. Возвращение есть кажущийся поворот планеты от остановки в сторону, обратную предыдущему движению.

Всё это нам лишь представляется, а по сути не совершается. Причина здесь в том, что каждая планета вращается по собственному кругу или собственной сфере на фоне неподвижных звёзд, и мы из-за этого совмещения считаем, что она совершает вышеупомянутые круги относительно зодиака. Адраст замечает, что имеется различие в планетных гипотезах, однако все они приемлемы, поскольку соответствуют наблюдаемым явлениям. Он говорит, что весь этот космос, составленный из того и этого и разделенный на то и это, переносится круговым вращением, в первую очередь сообщённым его сферической фигуре; а потому он украшен, благолепен и прекрасен. Разнообразие движений планет распределено по времени и по переменам перигея и апогея, так что здесь [90] всё ему соответствует; ведь с их приходами и уходами изменяется всё остальное. (149) Круговращение неподвижных звёзд — простое и единственное, правильное и равномерное. Движение прочих планет также является круговым, но мы не считаем его простым и единственным, равномерным и правильным. Вокруг и около нас, в подлунном мире, всё изменяется и движется, ибо сказано:

«*Где убийство и злоба, и прочие Керы толпятся*».[91]

Всё это — рождение и гибель, рост и убыль, и перемена места.[92] Он говорит, что в этом заключена причина странствующих звёзд. Ведь никто не скажет, что достойное, божественное, вечное и не знающее рождения и гибели является таковым благодаря меньшему, смертному и тленному по природе. Но оно таково благодаря красивейшему, наилучшему, блаженнейшему и вечно сущему, и здешнее таково по сопричастности ему.

Но чтобы движение Вселенной всегда было круговым и самоподобным, каковы энергия сущего и божественная жизнь, Земля по необходимости должна находиться в середине, охваченная круговращениями. Земля по необходимости находится внизу, а огонь по необходимости завладевает противоположным местом, возносясь своей сущностью к круговращениям эфира. Промежуточное место между ними по необходимости занимают прочие элементы, вода и воздух, по пропорции. Всё здешнее по необходимости (150) подвержено изменениям, поскольку сама материя в целом изменчива и обладает противоположными возможностями.

Изменение вызывается разнообразным круговращением планет. Ведь если бы планеты вращались параллельно, подобно неподвижным звёздам, располо-

---

[90] То есть в подлунном мире.

[91] Эмпедокл, 121DK.

[92] Ср. Аристотель, *Физика*, Г1.

жение всего и целого оставалось бы подобным самому себе, и здесь не было бы ни отличий, ни изменений. Но солнцевороты и равноденствия, переходы по высоте и широте, более всего — у Солнца и Луны, но и у прочих планет тоже, создают различие времён года и производят во всём здешнем изменения, рождения и перемены. И вот, при посредстве соответствующих кругов и сфер, в движении которых участвуют планеты, создаётся разнообразная видимость перемещения планет по зодиаку. Но Пифагор первым понял, что это круговращение само по себе является правильным, простым и равномерным, а разнообразное и неравномерное движение производится им по сопричастности.

О расположении сфер и кругов, спасающем явления, Адраст говорит следующее. Естественно и необходимо, чтобы, сходно с неподвижным небом, прочие небеса участвовали в простом и единственном круговращении, правильном и равномерном. Ясно (151), что если мыслить космос неподвижным, то планеты будут перемещаться по зодиаку, неподвижному по предположению. Это движение будет представляться не разнообразным и неравномерным, но правильно исполненным, что мы покажем с помощью построения платоновской сферы.

Причиной кажущегося разнообразия движений служит двойное движение. С одной стороны, сфера неподвижных звёзд вращается с востока на запад вокруг оси, проходящей через полюса, и она увлекает планеты за собой, так что все они описывают круги, параллельные неподвижным звёздам. С другой стороны, планеты участвуют в собственном медленном движении с запада на восток, неравномерном, искривлённом по зодиаку между тремя параллельными кругами — летним, равноденственным и зимним, происходящем вокруг другой оси, которая перпендикулярна зодиаку и наклонена к оси неподвижных звёзд на сторону пятнадцатиугольника.[93] Платон называет эту планетную ось стержнем и веретеном.

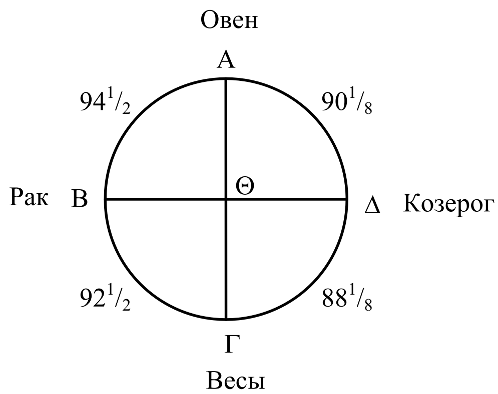
Адраст говорит, что движение называется равномерным, когда равные расстояния проходятся за равные времена, так что нет никакого ослабления или напряжения его скорости. Движение является правильным, когда в нём нет никаких остановок и возвращений, и оно всегда (152) переносится подобно самому себе. Мы же считаем движение всех планет неравномерным и в какой-то мере беспорядочным. Какова причина такой кажимости? Дело в том, что они переносятся разными сферами и разными кругами, и поэтому кажется, что они перемещаются по зодиаку так, как уже было сказано. Мы уже сказали, что семь планет совершают собственные простые движения, а по сопричастности описывают многочисленные и различные круги. Это станет ясным, когда мы рассмотрим самую яркую и большую из планет, Солнце.

[93] То есть на 24°.

Движение Солнца

Пусть зодиак есть ΑΒΓΔ, а центр зодиака и Вселенной, о котором мы говорили как о центре Земли, есть Θ. Проведём через него два взаимно перпендикулярных диаметра ΑΓ и ΒΔ. Точка Α будет началом Овна, Β — Рака, Γ — Весов, Δ — Козерога. (153) Солнце находится в точке Α в весеннем равноденствии, в точке Β — в летнем солнцестоянии, в точке Γ — в осеннем равноденствии, в точке Δ — в зимнем солнцестоянии.

Равные четвертные дуги ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ оно проходит неравномерно за неравные времена. От весеннего равноденствия до летнего солнцестояния оно доходит за 94½ дня, от летнего солнцестояния до осеннего равноденствия — за 92½ дня, от осеннего равноденствия до зимнего солнцестояния — за 88⅛ дня, от зимнего солнцестояния до весеннего равноденствия— за 90⅛ дня, так что весь годовой круг проходится примерно за 365¼ дня. Самое медленное движение — в начале Близнецов, самое быстрое — в начале Стрельца, среднее — в Деве и Рыбах.



Как мы уже сказали, естественно и необходимо, чтобы все боги двигались равномерно и правильно. Ясно, что Солнце, которое перемещается по своему кругу равномерно и правильно, должно представляться нам, смотрящим из Θ на ΑΒΓΔ, двигающимся неравномерно. Если солнечный круг будет описан около того же центра, что и Вселенная, а именно около Θ, он будет разделён диаметрами ΑΒ и ΓΔ в одном и том же отношении в силу равенства центральных углов и (154) подобия дуг, что приводит к апории. Поэтому ясно, что причиной такой видимости служит другое движение, происходящее не вокруг центра Θ.

Точка Θ не может лежать на солнечном круге: ведь тогда само Солнце будет проходить сквозь Землю, и в одних местах Земли всегда будет день, а в других — ночь, и не будет ни восходов, ни закатов, и Солнце просто не будет обходить вокруг Земли, что абсурдно.

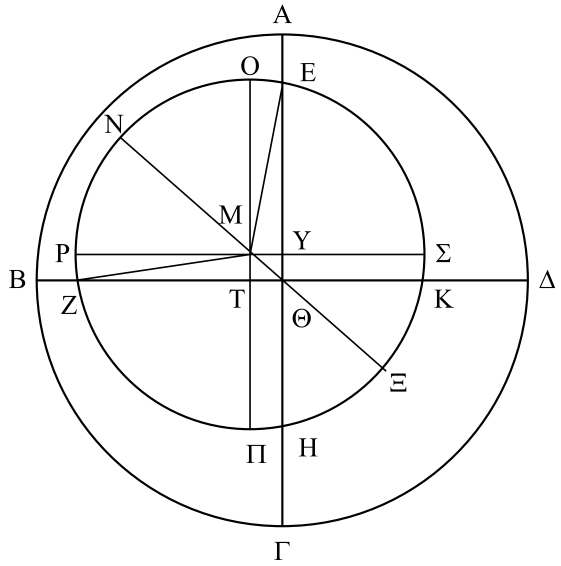
Остаётся предположить, что Θ либо охватывается солнечным кругом, либо лежит вне него. Ясно, что обе гипотезы спасают явления, и поэтому предпочесть одну из них другой нет оснований, ведь одни математики говорят, что планеты совершают свои вращения по эксцентрикам, другие — по эпициклам, которые сами вращаются около того же центра, что и неподвижные звёзды.

Мы покажем, что эти три круга — вокруг того же центра, по эксцентрикам и по эпициклам — описываются по сопричастности. Если предположить, что точка Θ лежит внутри солнечного круга и охватывается им, причём она не может находиться в его центре, модель (πραγματεία) будет называться эксцентрической; а если она лежит вне этого круга, движение будет происходить по эпициклу.

Эксцентрики

(155) В первом варианте предположим, что солнечный круг EZHK является эксцентрическим, и его центр M лежит под дугой BZ, и этот круг разделён на 365¼ равных частей, так что дуга EZ составляет 94½, ZH — 92½, HK — 88⅛, KE — 90⅛. Ясно, что когда Солнце находится в E, мы видим его в A по прямой из Θ. Далее, EZ — это наибольшая из четырёх дуг, на которые разделён круг Солнца, и она проходится за 94½ дня в соответствии с частями; так что когда Солнце пройдёт её равномерно и придёт (156) в Z, мы будем видеть его в B и считать, что оно прошло путь AB, равный четверти зодиакального круга, за неравномерное количество дней. Далее, дуга ZH, вторая по величине в собственном круге, проходится равномерно за 92½ дня согласно частям; и когда Солнце придёт в H, мы будем видеть его в Γ и считать, что оно прошло четверть зодиака BΓ, равную предыдущей, за меньшее число дней, что представляется неравномерным. Схожим образом, после прохождения дуги HK, наименьшей из четырёх в собственном круге и содержащей 88⅛ частей согласно дням, Солнце будет находиться в K, а мы из Θ будем видеть его в Δ и считать, что оно прошло четверть зодиака ΓΔ, то есть равное расстояние за наименьшее количество дней. Оставшаяся дуга KE проходится за 90⅛ дня согласно частям, и по возвращении Солнца в E мы будем считать, что оно прошло путь ΔA, одну из равных четвертей, за 90⅛ дня и вернулось в точку A. И равномерное прохождение солнечного круга будет казаться нам неравномерным движением по зодиаку.

Соединим центры прямой ΘM и продолжим её в обе стороны. (157) Поскольку M — центр круга EZ, будут равны MN и MΞ. Солнце в N удалено от Земли дальше всего, и мы, наблюдающие его из Θ, будем считать его имеющим наименьшую величину и самое медленное движение. Эта точка видна в 5½° от начала Близнецов. В точке Ξ Солнце будет находиться ближе всего к Земле и казаться имеющим наибольшую величину и самое быстрое движение. Эта точка видна в 5½° от начала Стрельца. Как и следует ожидать, при таких же градусах в Рыбах и Деве величина и скорость будут казаться средними. Всё это, говорит он, спасает явления.

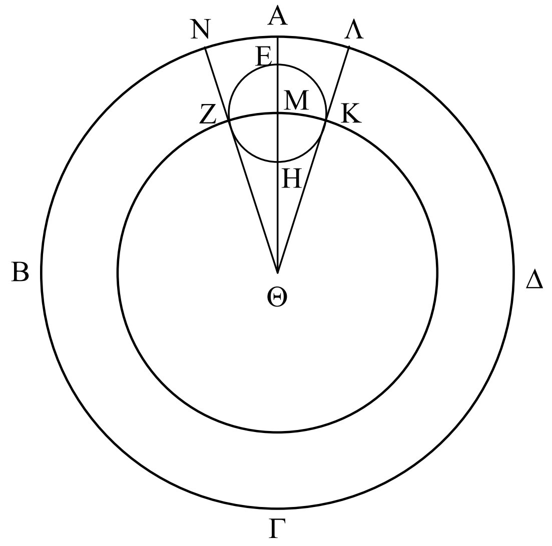


Положение и величина круга EZHK отыскиваются по имеющимся данным. Проведём через M параллельно AΓ и BΔ и перпендикулярно друг к другу прямые OΠ и PΣ, и соединим ZM и ME. Ясно, что круг EZHK разделён на 365¼ дней, и дуга EZH составляет 187 дней, а дуга HKE — 178¼ дней. Но дуги EO и ΠH, а также PZ и ΣK попарно равны; и каждая из дуг ΣΠ, ΠP, PO, OΣ составляет 91 + ¼ + 1⁄16 день. Тем самым дан угол OMN, равный ΘMT; сходным образом дан угол PMN, равный ϒMΘ. (158) Отношение MT к MΘ, равно как и MT к ΘT, также даны. Поэтому треугольник MTΘ задан по виду. Но дан также и центр Вселенной Θ по отношению к обеим точкам N и Ξ, ведь одна из них ограничивает наибольшее удаление, а другая — наименьшее. Прямая ΘM соединяет центры Вселенной и солнечного круга. Так что круг EZHK дан по положению и по величине. По расстояниям и размерам модели находится отношение ΘM к MN, приближённо равное 1 к 24. Такова эксцентрическая модель, спасающая явления.

Эпициклы

Теперь о том, что (159) касается эпициклов. Возьмём зодиак ABΓΔ и солнечный круг EZK, лежащий вне центра Вселенной Θ. Сфера неподвижных звёзд вращается от восхода B к середине неба A, и затем от A к закату Δ.

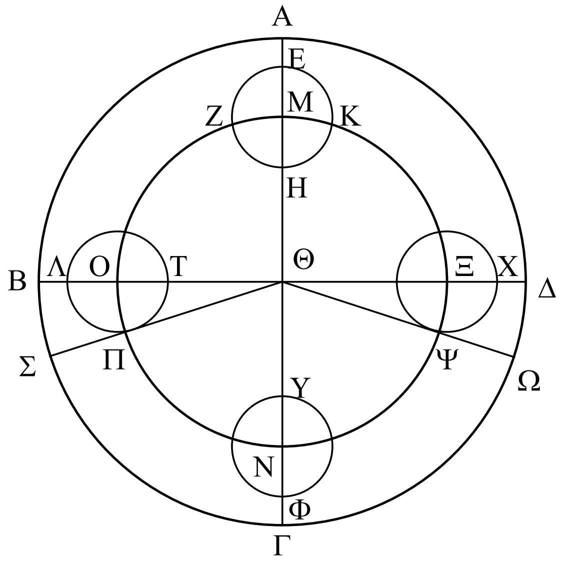
Круг EZK либо будет неподвижным, либо будет двигаться сам, в то время как по нему движется Солнце. Если он будет неподвижным, ясно, что Солнце не будет обнаруживать восходов и закатов; и над нами на Земле всегда будет день, а под нами всегда будет ночь; и за один оборот Вселенной нам покажется, что Солнце прошло весь зодиак; но это не имеет места.



Тем самым он движется, причём либо в одну сторону со Вселенной, либо в обратную. Если он движется в одну сторону со Вселенной, то делает это либо с той же быстротой, либо быстрее, либо медленнее. Проведём касательные ΘZN и ΘKΛ к кругу ZE. Если он движется с той же быстротой, то тогда Солнце всегда будет представляться ходящим туда и обратно по дуге зодиака NAΛ. Ведь когда Солнце находится в Z, его видно в N, когда в E — его видно в A, когда в K — его видно в Λ, и прохождение дуги ZEK покажется проходом по дуге зодиака NAΛ; прохождение же дуги KHZ покажется возвращением по ΛAN. Но этого не наблюдается. Так что солнечный круг ZEK не переносится с той же быстротой в одну сторону (160) со Вселенной. Но он не переносится и быстрее, ведь тогда он будет обгонять звёзды и идти против зодиака, из Овна к Рыбам и Водолею, чего также не наблюдается. Ясно, что круг EZH движется в одну сторону со Вселенной, причём медленнее неё. Поэтому он кажется отступающим и переходящим в предыдущие знаки, и вращающимся против Вселенной, с каждым днём возвращаясь назад от заката на восход. А ведь наблюдается именно такое возвращение в предыдущие знаки и отставание. Как же тогда спасаются явления?

Примем M за центр солнечного круга, проведём окружность MONΞ с центром Θ и радиусом ΘM, и предположим, что круг EZHK вместе со Вселенной переносится с востока на запад, отставая то ли по причине своей медленности, то ли, как считал Платон, из-за вращения против Вселенной, так что его центр, равномерно перемещаясь по кругу MONΞ, обходит этот круг за год, в то время как Солнце равномерно обходит свой собственный круг.

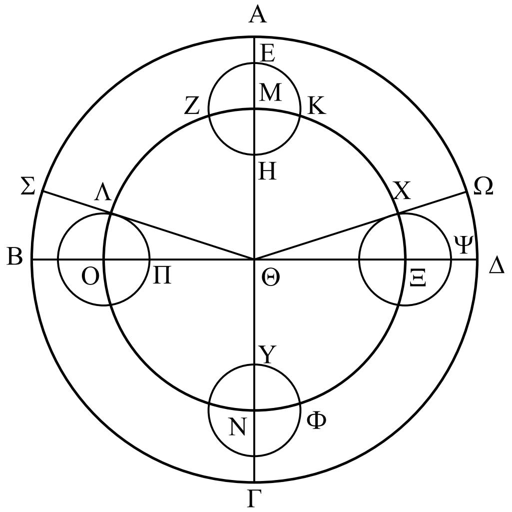
Далее, Солнце может двигаться по кругу EZHK либо в одну сторону со Вселенной, либо в обратную — и тогда оно движется в одну сторону со своим кругом, то есть от K до E и от E до Z. Я утверждаю, что солнечный круг переносится (161) по кругу MONΞ против вращения Вселенной, а Солнце движется по кругу EZHK в одну сторону со Вселенной, и это спасает явления.



Сперва предположим, что оно вращается против Вселенной в одну сторону со своим кругом, то есть от E до Z, от Z до H, от H до K. Пусть в E оно дальше всего от нас, и тогда ясно, что A находится в 5½° от начала Близнецов, а Γ — в 5½° от начала Стрельца. Пусть центр солнечного круга M равномерно проходит четверть дуги MONΞ, а именно MO, и круг EZHK переходит в ΛΠ. Солнце за это же время равномерно проходит четверть круга EZHK, а именно EZ. Таким образом оно оказывается в Π, мы же видим его в Σ, и в то время, как оно описывает дугу EZ, четверть собственного круга, нам кажется, что оно прошло дугу ABΣ, большую четверти зодиака, и двигалось быстрее всего в A. Далее, центр O пройдёт четвертную дугу ON, и круг ΛΠ перейдёт в ΦΥ, а Солнце пройдёт четвертную дугу ΠT. Находясь в Υ, оно будет представляться нам находящимся в Γ, и мы будем считать, что оно прошло дугу зодиака ΣΓ, меньшую четверти круга, и пришло в Γ медленнее (162) всего. Далее, когда центр N пройдёт четвертную дугу NΞ, круг перейдёт в XΨ. Солнце же, пройдя ещё одну четвертную дугу, окажется в Ψ. При этом будет казаться, что оно находится в Ω, пройдя дугу ΓΩ, меньшую четвертной, и вышло из Γ медленнее всего. Осталось центру Ξ пройти четвертную дугу ΞM, кругу ΨX — вернуться в EZHK, а самому Солнцу — подобным образом пройти дугу ΨX, вернуться в E и быть наблюдаемым в A. И будет казаться, что оно прошло дугу зодиака ΩΔA, большую четверти окружности, и быстрее всего двигалось в A. Очевидным образом будет казаться, что движение быстрее всего в Близнецах, медленнее всего в Стрельце. Однако наблюдается обратное. Так что когда солнечный круг переносится по концентру MONΞ против Вселенной, само Солнце двигаться по эпициклу против Вселенной не может.

(163) Осталось рассмотреть случай, когда эпицикл переносится против вращения Вселенной, а Солнце по эпициклу — в ту же сторону, что и неподвижные звёзды; и это спасает явления. Предположим, что центр эпицикла

проходит четвертную дугу МО по концентру, и эпицикл переходит в положение ΛΠ. Солнце проходит по эпициклу дугу, подобную ЕК, и оказывается в Λ, нам же оно видно в Σ. Оно подвинулось по собственному кругу на четвертную дугу; нам же кажется, что по зодиаку оно прошло меньшую дугу ΑΣ, и медленнее всего двигалось, выходя из точки А. Далее, центр проходит четвертную дугу ΟΝ, а Солнце — дугу, подобную ΛΠ. И оно находится в Υ, кажется же находящимся в Γ и подвинувшимся по дуге зодиака ΣΒΓ, и имеющим наибольшую скорость в Γ.



(164) Далее, центр проходит из Ν в Ξ четвертную дугу ΝΞ, круг же ΥΦ переходит в положение ΧΨ, а Солнце проходит дугу, подобную ΥΦ, и оказывается в Χ. Нам же оно видно в Ω, и кажется, что по зодиаку оно прошло дугу ΓΔΩ, большую четвертной, и прошло быстрее от Γ до Δ. Центру осталось пройти дугу ΞΜ, и тогда ΧΨ вернётся на эпицикл ΕΖΗ, а само Солнце пройдёт дугу, подобную остатку ΧΨ, и вернётся в Е. Нам же оно будет видно в А, и будет казаться, что по зодиаку оно прошло дугу ΩΑ, меньшую четвертной, и медленнее всего двигалось по приходу в А.

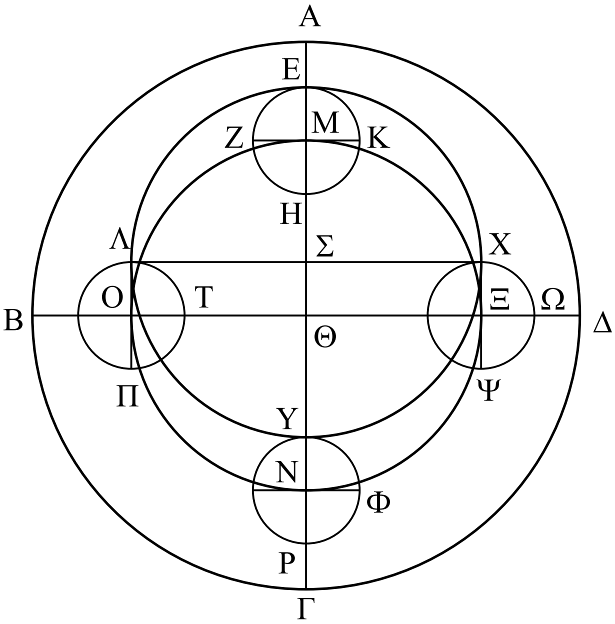
В согласии с этой гипотезой спасаются явления. Ведь Солнце самое медленное и наименьшее по размерам в 5½° от начала Близнецов, а самое быстрое и наибольшее по размерам в такой же части Стрельца. Но так и должно быть: когда оно переходит из Е в К, его собственный круг движется в обратную сторону из О в М; (165) и когда оно переходит в Π, эпицикл переносится из О в Ν, а оно движется в ту же сторону, что и зодиак, так что кажется, что в своём движении по зодиаку оно совпадает с ним самим. Схожим образом при повороте от Υ к Φ эпицикл переходит от Ν к Ξ, и Солнце словно упреждает свой круг и движется быстрее по зодиаку. И опять, при повороте из Χ в Ψ эпицикл переходит из Ξ в М, и Солнце переносится по своему кругу в обратную сторону, что вызывает видимое замедление его зодиакального движения.

Далее, основываясь на расстояниях и размерах модели, находят величину эпицикла и отношение расстояния между центрами к диаметру ΕΗ круга ΕΖ, обратное предыдущему и равное 24 к 1. Наибольшее расстояние до Солнца есть ΘΕ, наименьшее — ΘΥ, и разность между ними даёт диаметр эпицикла. Такова эпициклическая модель, (166) а эпицикл представляет собой планетный круг ΕΖΚ, переносимый по концентру ΜΟΝΞ.

Эквивалентность эксцентриков и эпициклов

Вот что сообщается об обеих гипотезах, эпицентров и эпициклов, спасающих явления. Гиппарх замечает, что причины, по которой одинаковые явления проистекают из двух различных гипотез — как эксцентриков, так и концентров и эпициклов — заслуживают внимания математиков. Адраст показал, как эксцентрики выводятся из эпициклов; я покажу и то, как эпициклы выводятся из эксцентриков.[94]

Пусть имеются зодиак ΑΒΓΔ, центр (167) Вселенной Θ, солнечный эпицикл ΕΖΗΚ, его центр Μ. Из центра Θ проведу радиусом ΘΜ круг ΜΟΝΞ. Я утверждаю, что если центр Μ равномерно обходит концентр ΜΟΝΞ в обратную сторону ко Вселенной и переносит с собой эпицикл, а Солнце за равное время равномерно обходит эпицикл ΕΖΗΚ в одну сторону со Вселенной, то оно описывает эксцентрик, равный концентру ΜΟΝΞ.



Проведем перпендикулярные диаметры зодиака ΑΒ и ΓΔ, и пусть Α находится в 5½° от начала Близнецов, а Γ — в сходном положении в Стрельце.

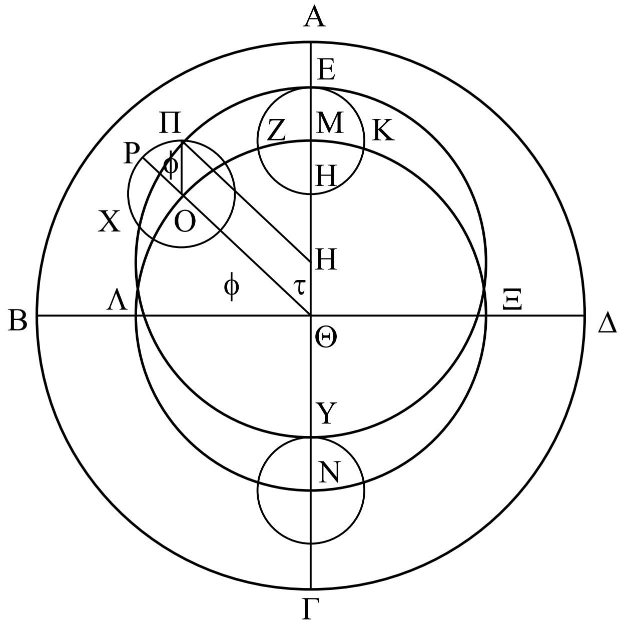
[94] Все эти доказательства, равно как и сами модели эксцентриков и эпициклов, восходят к Аполлонию Пергскому (ок. 260–170 до н. э.).

Из центров О, N, Ξ опишем круги ΛΠΤ, ΥΡΦ, ΧΨΩ, равные эпициклу ΕΖΗΚ. Проведём в кругах ΛΠΤ и ΧΨΣ диаметры ΛΠ и ΧΨ перпендикулярно ΒΔ. Наконец, соединим ΛΧ. Вот прямые ΛΧ и ΟΞ равны и параллельны. Обе линии ΛΣ, ΣΧ равны обеим радиусам ΟΘ, ΘΞ, выходящим из центра круга ΜΟΝΞ. Далее, ΘΣ равна ΟΛ, и ещё ΘΣ равна ΥΝ и ΜΕ. Далее, ΘΝ равна ΘΜ, и ΥΣ равна ΣΕ. Далее, ΘΣ равна ΥΝ, и ΘΥ — общая, поэтому (168) ΣΥ равна ΘΝ. Обе линии ΕΣ, ΣΥ равны радиусам круга ΜΟΝΞ. Но показано, что обе линии ΛΣ, ΣΧ равны радиусам этого круга, так что четыре линии ΣΕ, ΣΛ, ΣΥ, ΣΧ равны и перпендикулярны. Так что можно провести круг с центром Σ и названным радиусом, проходящий через точки Ε, Λ, Υ, Χ и равный кругу ΜΟΝΞ, и его диаметры ΕΥ и ΛΧ рассекаются на четыре равных отрезка. Проведём этот круг ΕΛΥΧ; он является эксцентриком и имеет апогей Α в 5½° Близнецов и перигей Γ в 5½° Стрельца.

Я утверждаю, что Солнце, которое по предположению переносится по эпициклу ΕΚΗΖ, по сопричастности описывает эксцентрик ΕΛΥΧ. Действительно, когда центр эпицикла проходит четвертную дугу ΜΟ, Солнце за это же время движется по дуге, подобной ΕΚ и приходит в Λ, и оно проходит от Ε до Λ четвертную дугу эксцентрика ΕΛ. Далее, центр эпицикла Ο описывает четвертную дугу ΟΝ, а Солнце — подобную дугу эпицикла ΛΤ, и оно приходит в Υ, и по сопричастности описывает подобную дугу эксцентрика ΛΥ. Схожим образом Ν (169) проходит дугу ΝΞ, а Солнце — подобную дугу эпицикла ΥΦ, и оно приходит в Χ, и по сопричастности описывает подобную дугу эксцентрика ΥΧ. Наконец Ξ описывает дугу ΞΜ, и Солнце по дуге ΧΩ возвращается в Ε, описывая последнюю подобную дугу эксцентрика ΧΕ. И при равномерном прохождении целого эпицикла по концентрическому кругу описан эксцентрик, что и требовалось доказать.[95]

То же самое может быть доказано так. Пусть будет зодиак ΑΒΓΔ, солнечный эпицикл ΕΖΗΚ, его центр лежит на круге ΜΟΝΞ, а этот круг имеет общий центр Θ со Вселенной. Пусть также точка Ε является апогеем в 5½° в Близнецах. Я утверждаю, что если эпицикл ΚΕ равномерно проносится по кругу ΜΟΝΞ (170) в обратную сторону со Вселенной, а Солнце за это же время равномерно проносится по эпициклу ΕΖΗΚ в обратную сторону с эпициклом и в одну сторону со Вселенной, то оно по сопричастности описывает эксцентрик, равный кругу ΜΟΝΞ.

[95] Доказательство, конечно, ещё не завершено: ведь вовсе не доказано, что Солнце движется по эксцентрическому кругу во внутренних точках каждой его четверти. Впрочем, этот пробел восполняется в следующем рассуждении.



Я предположу, что центр М описал дугу МО, и эпицикл перешёл в ПРХ. Солнце, выйдя из Е, пришло в Р, и за это же время прошло дугу РП, подобную МО. Отложу ΘН равным МЕ и проведу прямые НП и ΘР. Дуга РП подобна дуге МО, и углы φ и τ равны. Линии ПО и НΘ параллельны и равны; линии ПН и ОΘ параллельны и равны; ΘО равно НЕ; НП равно НЕ. Поэтому круг, описанный около центра Н радиусом НЕ, проходит через П и равен МОΝΞ.

Проведу круг ЕПΛΥΞ: он является эксцентриком. Поскольку ПН параллельна РΘ, тем самым угол φ равен углу τ, то есть углу ПНЕ, и дуга ЕП подобна дуге ПР. Солнце, начав свой путь из Е, по сопричастности описывает подобную дугу эксцентрика ЕП. Так получается всегда: когда завершается (171) обход всего эпицикла по концентрическому кругу, описывается целый эксцентрик, что и требовалось доказать.

Может быть доказано и обратное. Пусть будет зодиак АВΓΔ с диаметром АΓ и центром Θ, эксцентрический круг Солнца ЕΛΥΞ, апогей которого Е лежит в 5½° Близнецов, а центр Н — на прямой АΘ. Опишем вокруг центра Θ радиусом НЕ круг МОΝΞ. Далее, опишем вокруг центра М радиусом МЕ круг ЕΖΗΚ. Ясно, что этот круг будет эпициклом. Я утверждаю, что Солнце, равномерно двигаясь по эксцентрику ЕΛΥΞ, по сопричастности опишет эпицикл ЕΖΗΚ, равномерно переносимый по кругу МОΝΞ за одно время с Солнцем.

Предположим, что Солнце прошло дугу эксцентрика ЕП, и проведём параллельные линии ПН и РΘ, так что ΘН будет равно ОР, а затем проведу ПО. Теперь НΘ и ПО будут равными и параллельными, и ΘН равно МЕ, а также ОР и ОП. Круг, описанный вокруг центра О радиусом ОР, проходит через П и является эпициклом ЕΖΗΚ. Проведу круг ПРХ. Углы τ и φ между параллельными (172) равны между собой. Но в кругах равные углы опираются на подобные дуги, и если круги равны, то и дуги равны, всё равно, являются ли углы центральными или вписанными. Поэтому дуги РП, ЕП, МО являются подобными друг другу, а дуги ЕП и МО — равными.

Пусть за одно и то же время Солнце проходит дугу эксцентрика ЕП, а центр М эпицикла проходит дугу МО, и эпицикл TZH переходит в ПРХ, и Солнце проходит дугу эксцентрика ЕП, начиная движение в Е, переходя в Р и описывая при этом подобную дугу эпицикла РП. Это можно показать и для всего произведённого движения. Ведь когда будет пройдён весь эксцентрик, Солнце опишет весь эпицикл, что и требовалось доказать. Это же доказывается и для других планет.

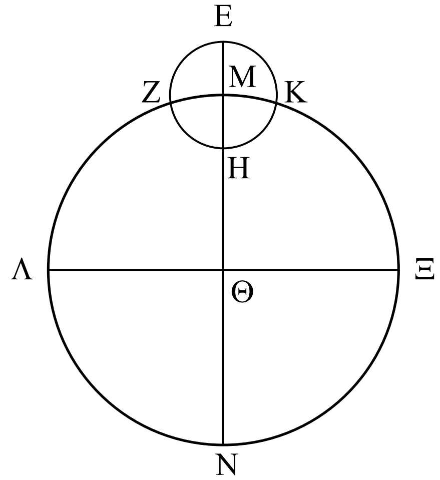
Движение Солнца считается одинаковым по обеим гипотезам, и время его возвращения по долготе, широте и глубине, равно как и так называемых неравномерностей, воспроизводится с высокой точностью, так что большинство математиков считают его равным 365¼ дням. Если тщательно рассмотреть широтное движение по зодиаку от точки до той же самой точки, будь то от солнцестояния до (173) того же солнцестояния или от равноденствия до того же равноденствия, то обнаружится почти одинаковое время оборота, так что за четыре года Солнце возвращается в ту же точку по долготе в тот же самый час. Что касается неравномерностей, будь то в апогее, где Солнце представляется имеющим наименьшую величину и движущимся медленнее всего, или же в перигее, где Солнце кажется имеющим наибольшую величину и движущимся быстрее всего, их период составляет 365½ дня, так что Солнце через два года видно в той же точке по глубине в тот же час. А для широты, когда Солнце выходит из самого северного или самого южного положения и в него же возвращается, что обнаруживается с помощью равенства гномонов, период составляет 365⅛ дня, так что Солнце оказывается в той же точке по широте в тот же час через восемь лет.

О прочих планетах уже сказано, что времена их обращений весьма различны, и одни из них больше, а другие меньше. Происходящее с каждой планетой разнообразно и переменчиво по обеим гипотезам, так что обходы планеты по эпициклу и эпицикла по концентру происходят не за одно время, но одно быстрее, а другое медленнее из-за неравенства кругов и (174) расстояний от середины Вселенной, а также из-за различий в наклонах к середине зодиака или неодинаковых обращений и положений. Получается, что остановки и возвращения, отставания и опережения у разных планет различны. Явления для пяти планет схожи, но не полностью. А движения Солнца и Луны существенно отличны от остальных: у них не наблюдается ни опережений, ни остановок, ни возвращений, поскольку, как мы уже сказали, Солнце обходит свой круг и его эпицикл обходит свой концентр за одно время, а эпицикл Луны обходит концентр и оставляет позади пояс зодиака быстрее, нежели сама Луна обходит эпицикл.

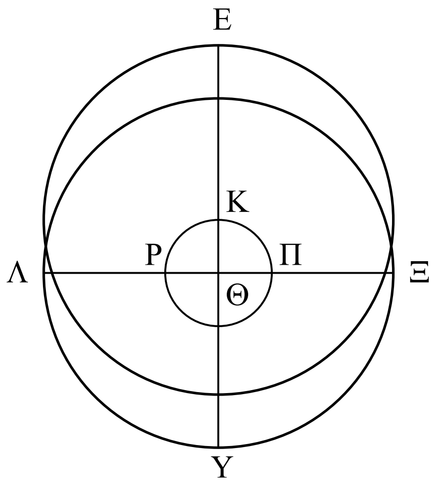
(175) Ясно, что для спасения явлений не суть важно, движутся ли планеты по кругам, как это было определено, или же круги, переносящие эти тела, движутся вокруг своих центров. Я утверждаю, что концентры, переносящие центры эпи-

циклов, движутся вокруг своих центров против вращения Вселенной, а эпициклы, переносящие планетные тела, также вращаются вокруг своих центров.

К примеру, пусть концентр ΜΛΝΞ вращается вокруг центра Θ, совпадающего с центром Вселенной, в обратную сторону, перенося по своей дуге центр эпицикла Μ, а на эпицикле ΕΖΗΚ в точке Ε находится планета, вращающаяся вокруг центра Μ, и если это Солнце или Луна, то она вращается в одну сторону со Вселенной, а если прочие планеты, то в обратную; и это спасает явления.



Согласно другой модели, имеется эксцентрический (176) круг ΕΛΥΞ с центром Κ. В случае Солнца этот круг равномерно поворачивается вокруг центра Κ, перенося закреплённое в точке Ε Солнце, и это спасает явления, если центр Κ не остаётся неподвижным и вращается не против Вселенной, но в одну с ней сторону, описывая за день круг ΚΡΠ, равный кругу первой модели.



Таким образом Солнце всегда будет иметь в одних и тех же местах наибольшее расстояние и наименьшее напротив него, и почти одинаковые средние; причём наибольшее, как уже сказано, — в 5½° от начала Близнецов, наименьшее — в таком же месте в Стрельце, и средние — в таких же местах в Деве и Рыбах. В самом деле, точка Е на эксцентрике, в которой находится Солнце, имеет такое положение на круге, что апогей наблюдается в Близнецах; но когда круг повернётся вокруг центра К и перейдёт туда, где сейчас находится точка Υ, Солнце будет видно в Стрельце, где находится перигей; а между ними, в Деве и Рыбах, расположены средние.

Прочие планеты во всяком месте зодиака могут иметь наибольшие, наименьшие и средние расстояния и скорости. Представим себе круг КПР, описанный около центра Вселенной Θ радиусом ΘК. Пусть концентр, (177) равный эпициклу другой гипотезы, оборачивается за некоторое время вокруг центра Вселенной Θ в обратную сторону и переносит с собой центр эксцентрика К, а эксцентрик ΕΛΥΞ за другое время оборачивается вокруг своего центра К, перенося с собой планету, закреплённую на нём в Е. Если подобрать для каждой планеты особые и подходящие времена, этим будут спасены явления.

Всё это заметно сближает между собой математические гипотезы и модели. Рассматривая одни только явления и примечательные планетные движения, наблюдая их в течении долгого времени из удобных мест, вавилоняне, халдеи и египтяне ревностно разыскивали начала и гипотезы, согласующиеся с явлениями.[96] Они пытались восстанавливать прошлое и предсказывать будущее с помощью арифметических методов, как халдеи, или же графически, как египтяне, однако все они пользовались несовершенными методами и не опирались на учение о природе, хотя данное исследование нуждается в физических соображениях. Те, кто среди эллинов занялись учением о звёздах, попробовали сделать это, воспользовавшись их началами и записями явлений. Платон (178) говорит об этом в *Послезаконии*,[97] как мы видели несколько ранее из его собственных слов.

Учение о небесных сферах

Аристотель в трактате *О небе*[98] говорит о звёздах много общего и показывает, что они не движутся сквозь неподвижное эфирное тело и не переносятся вместе с ним ни раздельно, ни совместно, не кружась и не катясь, но скорее так, что все они переносятся вместе с одной общей внешней сферой, а разные планеты — со своими многочисленными сферами. И в XI книге *Метафизики*[99] он говорит, следуя Евдоксу и Калиппу, что планеты движимы сферами. Ведь естественно, что сами звёзды не переносятся по некоторым круговым или спиральным линиям в обратную сторону со Вселенной, и не совершают кругов вокруг своих центров, будучи прикреплены к ним, так что одни из них враща-

[96] Ср. Аристотель, *О небе*, II, 12.

[97] Платон, *Послезаконие*, 987a.

[98] Аристотель, *О небе*, II, 7.

[99] Аристотель, *Метафизика*, XI, 1073b.

ются в одну сторону со Вселенной, другие же — в обратную сторону. Но как такие тела могут быть прикреплены к бестелесным кругам?

Сферы, относящиеся к пятому телу,[100] располагаются и движутся в глубине неба Вселенной, одни — выше, другие — под ними, одни — больше, другие — меньше, одни — полые, в свою очередь другие — в глубине этих тел, и планеты (179), прикреплённые к ним наподобие неподвижных звёзд, заполняют в зависимости от места неравное пространство, и по сопричастности кажется, что они совершают разнообразные движения и описывают эксцентрические круги, или даже спирали, двигаясь по другим кругам, так что математики полагают их движущимися и претерпевающими возвращения.

И вот мы видим их совершающими ежедневные обороты вместе со Вселенной от восхода к закату, а также переходящими по обратному наклону в предыдущие знаки зодиака, а ещё движущимися по широте, отчего они видны то севернее, то южнее, а также перемещающимися по высоте и глубине, отчего они наблюдаются то в апогее, то в перигее. Вот Аристотель и говорит, что его предшественники предположили, что каждая планета переносится многими сферами.

Согласно Евдоксу, Солнце и Луна закреплены на трёх сферах: первая — это сфера неподвижных звёзд, вращающаяся вокруг полюсов Вселенной и своей властью перемещающая все прочие сферы от восхода к закату; вторая вращается вокруг оси, перпендикулярной с середине зодиака, и благодаря ей всякая планета переходит по долготе в предыдущие знаки зодиака; третья вращается вокруг оси, перпендикулярной к кругу, наклонённому к середине пояса зодиака, и благодаря ей каждая планета движется по широте, причём одни больше, (180) другие меньше, уходя к северу и к югу от середины зодиака. А для прочих планет имеются четыре сферы, и у каждой планеты добавляется упомянутая выше сфера сирен, производящая движение по глубине. Он говорит, что Калипп, обособив Кроноса и Зевса, для прочих планет ввёл добавочные сферы, по две для Солнца и Луны, и по одной для прочих.

А ещё он говорит, что для спасения явлений нужно для каждой планеты ввести другие сферы, числом на одну меньше, чтобы возвращать движущие сферы назад. Это воззрение принадлежит или ему, или его предшественникам. Ведь если по природе всё вращается в одну сторону, планеты не смогут переходить обратно; поэтому между движущими сферами надо проложить другие сплошные сферы, которые в своём движении будут возвращать движущие сферы назад, соприкасаясь с ними, подобно так называемым барабанам в конструкциях механических сфер, ибо те, вращаясь вокруг собственного центра, охватывающими зубцами приводят в движение и возвращают назад соприкасающиеся с ними изнутри тела.

По природной сути все сферы вращаются в ту же сторону, что и внешняя сфера; но в присущем им движении из-за (181) своего порядка, места и размера

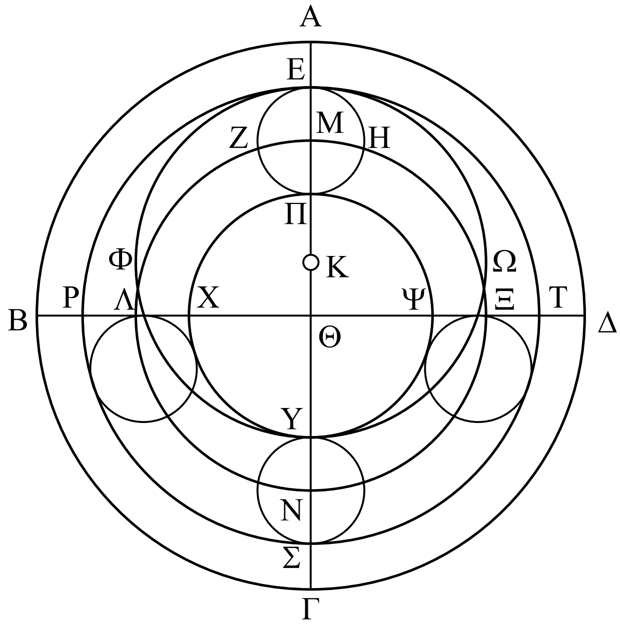
[100] Имеется в виду эфир, из которого состоят небесные тела.

они вращаются в обратную сторону, быстрее или медленнее, вокруг своих осей, наклонённых к сфере неподвижных звёзд. Так что их собственные светила вращаются простым и равномерным движением, и лишь по сопричастности производимое ими вращение кажется сложным, неравномерным и разнообразным. И они описывают различные круги: концентрические, эксцентрические или эпициклические. Чтобы пояснить сказанное, следует скорее начертить фигуру, которая будет нам нужна при конструировании сфер.

Пусть имеется полая сфера неподвижных звёзд ΑΒΓΔ с центром Θ, глубиной ΑΕ и диаметрами ΑΓ и ΒΔ. Я буду считать, что ΑΒΓΔ есть большой круг, проходящий посредине зодиака. Внутри него (182) находится полая планетная сфера ΕΡΣΤ и ΠΧΥΨ с тем же центром и глубиной ΕΠ. По её глубине располагается сплошная сфера ΕΖΠΗ с прикреплённой в Ε планетой. Пусть все сферы вращаются равномерным простым движением с востока на запад, а та, которая обеспечивает движение планеты по широте, вращается либо в обратную сторону, либо в ту же самую, отставая из-за медленности: ведь оба варианта спасают явления.

И вот можно видеть, что сфера неподвижных звёзд вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости экватора, а круг переноса по широте наклонён к середине зодиака. Сфера неподвижных звёзд вращается быстрее всех; полая планетная сфера вращается медленнее и в обратную сторону, так что в определённое время она обходит всю сферу неподвижных звёзд в обратную сторону, или же отстаёт от неё, как считают другие (и это мнение столь же правдоподобно), перенося сплошную сферу, к которой прикреплена планета. Эта сплошная сфера, равномерно вращаясь вокруг своей оси в одну сторону со сферой неподвижных звёзд, возвращается в то же положение или за то же время, за какое полая планетная сфера делает оборот против сферы неподвижных звёзд, или обгоняя её, или отставая от неё.

(183) Сперва допустим, что эти возвращения происходят за одно время. Пусть центр этой сферы Μ описывает круг ΜΛΝΞ с центром Θ и радиусом ΘΜ. Разделим прямую ΕΥ пополам в точке Κ и проведём круг ΕΛΥΞ с центром Κ и радиусом ΚΕ, концентрический со всей Вселенной. Очевидно, что за то время, когда полая планетная сфера, переносящая сплошную сферу, отстанет от сферы неподвижных звёзд, центр Μ сплошной сферы опишет концентрический круг ΜΛΝΞ, который будет казаться вращающимся в обратную сторону и переносящим сплошную сферу. За это же время планета Ε, находящаяся на сплошной сфере, опишет круг ΕΗΠΖ, эпициклический по отношению к концентру ΜΛΝΞ, причём она будет вращаться в одну сторону со Вселенной. По сопричастности же она опишет эксцентрик ΕΛΥΞ, равный концентру, причём она будет вращаться в обратную сторону со Вселенной.



Для наблюдателя в точке Θ эта планета обойдёт зодиак ΑΒΓΔ, продвигаясь вперёд по знакам зодиака и назад по отношению к вращению Вселенной. И будет казаться, что она движется по широте в отношении наклона её плоскости к той, что проходит через середину зодиака, причём оси этих сфер перпендикулярны плоскостям. Кажется, что она далее всего уходит и медленнее всего движется (184) всегда в одном месте, а именно в точке зодиака Α, когда центр сплошной сферы находится в точке Μ на прямой ΑΘ, а сама планета — в точке Ε. Схожим образом кажется, что она ближе всего подходит и быстрее всего движется (184) всегда в одном месте, а именно в точке зодиака Γ, на противоположной стороне полой сферы, когда центр сплошной сферы находится в точке Ν на прямой ΘΓ, а сама планета — в точке Υ.

Средние расстояния и средние движения производятся посредине, при делении пополам эпицикла ΕΗΠΖ и концентра ΜΛΝΞ, а именно в точках Ζ и Η, которые, по причине ли обратного движения сфер или их отставания, производят деление пополам в точках Λ и Ξ эксцентрика ΕΛΥΞ и концентра ΜΛΝΞ, а наблюдаются они между точками Α и Γ, по обеим сторонам зодиака Β и Δ, а именно в точках Φ и Ψ. Всё это можно видеть для Солнца, поскольку для наших чувств все времена его возвращения одинаковы или практически совпадают — я говорю здесь о движениях по долготе, широте и глубине, — так что сходные точки и сходные движения всегда наблюдаются в сходных местах, в одних и тех же знаках зодиака.

По природе такое вращение планетных сфер будет равномерным, простым и (185) правильным, наклонённым и отстающим от неподвижных звёзд только из-за своей медленности или же из-за того, что сфера, переносящая эпицикл, вращается в обратную сторону. Но по сопричастности оно порождает разнообразные, сложные и неравномерные перемещения планет. Переход в следующие знаки зодиака происходит либо на самом деле, либо из-за отставания; из-за наклона зодиака наблюдается смещение по широте; из-за вращения сплошной сферы вокруг своей оси планета то уходит ввысь и кажется движущейся медленнее, то опускается вглубь и движется быстрее. Одним словом, неравномерности считаются порождаемыми круговращением по эпициклам и по эксцентрикам. Очевидно, что равным образом обоснованы обе математические гипотезы, о вращении как по эпициклам, так и по эксцентрикам; ведь они вытекают одна из другой и согласуются между собой как по природе, так и по сопричастности, что так поразило Гиппарха.

В наибольшей степени это относится к Солнцу из-за точного равенства времён обращения сфер. Для прочих планет такой точности нет, поскольку сплошная сфера планеты совершает оборот не за то же самое время, за которое полая сфера отстаёт или делает обратный оборот по отношению к сфере неподвижных звёзд, но она делает это быстрее или медленнее. Так что хотя соответственные движения и происходят в (186) одних и тех же точках на сферах, однако не в одних и тех же местах, но всегда в смещённых, и наклоны сфер многообразны по широте, так что времена возвращений по долготе, широте и глубине не равны между собой, но различны; и наибольшие, наименьшие и средние расстояния и движения иногда происходят в одних местах зодиака, иногда в других, смещённых. Как мы уже сказали, хотя соответственные движения и происходят в соответственных точках на сферах, однако при этом кажется, что планеты по сопричастности описывают не круги, но некие спирали. Для каждой планеты надо помыслить свою собственную полую сферу, несущую в своей глубине сплошную сферу, а эта сплошная сфера, в свою очередь, несёт на своей поверхности саму планету.

Возможно, что у Солнца, Фосфора и Стилбона имеется по две сферы, причём три полых сферы делают обратный оборот по отношению к сфере неподвижных звёзд за одно и то же время, а центры сплошных сфер лежат на одной прямой, причём наименьший размер имеет сплошная сфера Солнца, сфера Стилбона больше, а сфера Фосфора ещё больше. Но возможно также, что все три светила имеют одну общую полую сферу, в глубине которой (187) находятся три сплошных сферы с общим центром, из которых меньше всех сплошная сфера Солнца, за ней идёт Стилбон, а обе они охвачены общей оболочкой Фосфора во всю глубину полой сферы. По этой причине в отставании или же в противовращении по долготе зодиака эти три светила бегут рядом, а прочие нет, и они всегда охватывают, охватываются и закрывают друг друга. Гермес кажется уходящим от Солнца к закату и к восходу самое большее на 20°, а Афродита самое большее на 50°.

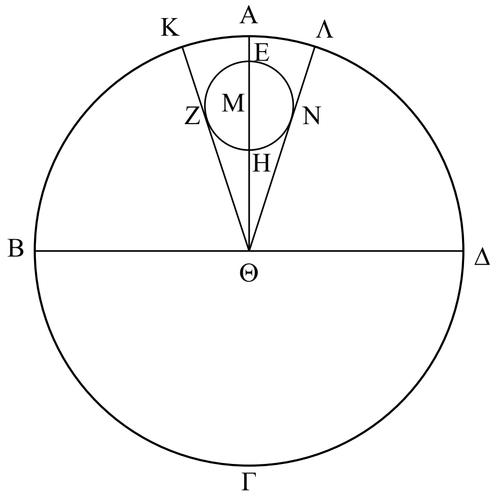
Можно предположить, что их истинное расположение и порядок таковы, чтобы космос был схож с живым существом, и Солнце служило средоточием души, как бы сердцем всего сущего, по причине его сильной нагретости из-за движения, его величины и соединения. Ведь у одушевлённых живых существ средоточие живого отличается от середины по размеру. К примеру, мы сами являемся людьми и живыми существами, и наша душа сосредоточена в сердце, постоянно движущемся и горячем, служащим началом всех душевных способностей: жизненной, переместительной, волевой, воображающей и разумной; а наша середина по размеру находится вблизи пупка. Подобно этому, (188) если только можно судить о величайших, ценнейших и божественных вещах по малым, случайным и смертным, серединой всего космоса по величине служит холодная и неподвижная Земля, но душа космоса как живого существа сосредоточена в Солнце, схожем с сердцем Вселенной, откуда выходит вселенская душа, распространяясь до последних телесных пределов.

Ясно, что хотя обе гипотезы и выводятся одна из другой, по изложенным причинам более общей, обычной и близкой к природе является гипотеза эпициклов. Ведь эпицикл — это большой круг, который планета описывает при вращении вокруг сплошной сферы; а эксцентрик во всём отходит от природы и описывается скорее по сопричастности. Вот и Гиппарх принял гипотезу эпициклов за свою собственную, убедительно объяснив, что все небеса равно устремлены к центру космоса и подобно слажены вокруг него. Однако сам он, не будучи сведущим в учении о природе, с трудом отличал природное и истинное вращение планет от сопричастного и наблюдаемого. Он считал, что эпицикл каждой планеты движется по концентрическому кругу, а планета — по эпициклу.

Платон также предпочитал (189) эпициклы сферам, считая, что планеты переносятся по кругам; и в конце *Государства* он намекает на прилаженные друг к другу позвоночные диски. Он обычно говорит не о сферах, но о многочисленных кругах, вращающихся вокруг полюсов, и не об осях, а именно о полюсах.

Аристотель говорит, что сферы пятого тела вращаются в глубинах неба. Одни из них находятся выше, другие под ними, и одни из них больше, а другие меньше, и одни из них полые, а в их глубине находятся другие, сплошные сферы, к которым наподобие неподвижных звёзд прикреплены планеты, и все они движутся просто, но с неравными периодами вращения в зависимости от места. По сопричастности же они выглядят разнообразно движущимися и описывающими эксцентрические круги, или же находящимися на других кругах и описывающими спирали, так что математики полагали их претерпевающими возвратные движения.

(190) Теперь мы покажем, как получается, что планеты иногда движутся с опережением, иногда останавливаются, иногда возвращаются. Пусть имеется зодиак ΑΒΓΔ с центром Θ и эпицикл планеты ΕΖΗΝ. Из точки наблюдения Θ мы проведём касательные к эпициклу ΘΖΚ и ΘΝΛ, а также прямую ΘΜΕΑ, проходящую через центр эпицикла Μ.

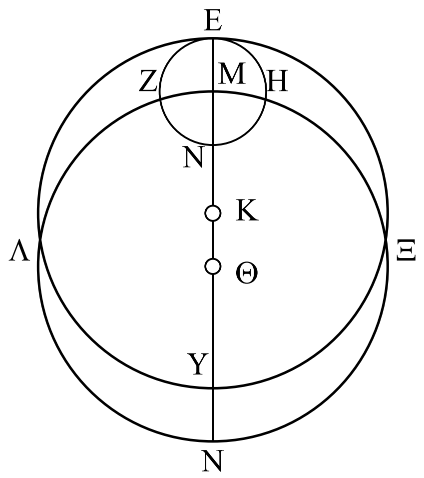


Поскольку мы глядим вдоль прямой, ясно, что светило, находящееся в Z, видно в K. Когда оно проходит дугу ZE, нам кажется, что оно описывает дугу зодиака KA в строну предыдущих знаков. Сходным образом переход по дуге EN кажется переходом по дуге AΛ. Далее, прохождение светилом дуги NZ кажется переходом по дуге ΛAK в сторону последующих знаков зодиака. Когда оно подходит к точке Z, всё повторяется снова, так что светило, проходящее через Z, задерживается на некоторое время около K. (191) Затем оно доходит до N, после чего кажется возвращающимся назад. Эти остановки, возвращения, опережения и отставания каждой планеты происходят то в одном знаке зодиака, то в другом, поскольку эпицикл каждой планеты постоянно движется в сторону следующих знаков или же постоянно отстаёт.

Средние расстояния до планет

Для наших дел полезно также знать средние расстояния до планет. В модели эпициклов наибольшим расстоянием до светила будет ΘE, наименьшим — ΘN, и наибольшее расстояние превысит наименьшее на EN. Разделим эту разницу пополам в M, и средним расстоянием будет ΘM. Далее, из центра Θ радиусом ΘM опишем концентрический (192) круг MΛNΞ, а из центра M радиусом ME — эпицикл EZNH.

Ясно, что когда светило обращается по эпициклу, наибольшее от нас расстояние получается в точке E, наименьшее — в N, а в обеих точках Z и H пересечения эпицикла с концентром, по которому вращается эпицикл, получается среднее расстояние.



Для гипотезы эксцентриков пусть будет эксцентрик ΕΛΥΞ с центром Κ, центр Вселенной Θ. Линию между центрами ΘΚ продолжим в обе стороны, и проведём круг ΜΛΝΞ с центром Θ, равный эксцентрику. Ясно, что он служит концентром, по которому в другой гипотезе переносится эпицикл, описываемый из центра Μ радиусом ΜΕ. Когда планета, обращающаяся по эксцентрику, появляется в Ε, как бы это ни происходило, она уходит от нас дальше всего, а когда она приходит в Υ, её расстояние наименьшее, а в точках Λ и Ξ взаимного деления пополам эксцентрика и концентра, как бы этот эксцентрик не возникал, получается среднее расстояние. Очевидно, что наибольшее, наименьшее и средние расстояния равно согласуются в обеих гипотезах.

Соединения и затмения

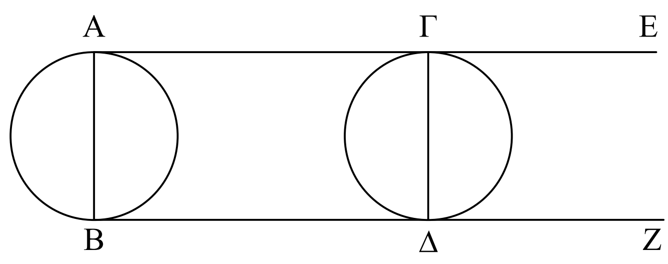
Осталось сделать краткий обзор соединений, покрытий, сокрытий и затмений. Поскольку по природе мы глядим вдоль прямой, а сфера неподвижных звёзд является наивысшей, под ней же (193) в определённом порядке располагаются сферы планет, то ясно, что Луна, находящаяся ближе всего к Земле, может проходить перед прочими планетами и некоторыми неподвижными звёздами, закрывая их, когда она оказывается на прямой между ними и нашим зрением, сама же она не закрывается другими светилами. Солнце закрывается Луной и закрывает все прочие планеты, сначала — приближаясь к ним и затмевая их своим светом, затем — оказываясь на одной прямой между ними и нашим зрением. Стилбон и Фосфор скрывают прочие светила, оказываясь на одной прямой между ними и нашим зрением. Они могут также покрывать друг друга, когда из-за величины, наклона и положения кругов одна планета оказывается выше другой. Это трудно наблюдать, поскольку обе планеты обращаются вблизи Солнца, причём Стилбон по своей величине является малым центром и всегда находится по соседству с Солнцем, так что обычно он и вовсе невидим. Пюроэйс может закрывать две планеты над ним, Фаэтон способен закрывать Фенонт, и все планеты закрывают неподвижные звёзды, которые оказываются на их пути.

Солнечные и лунные затмения

Когда Луна оказывается диаметрально противоположной Солнцу, она затмевается земной тенью. (194) Это случается не каждый месяц: Солнце затмевается Луной не в каждом соединении и новолунии, и Луна затмевается Солнцем не в каждом полнолунии, поскольку их круги наклонены друг к другу. Ведь солнечный круг, как уже было сказано, проходит почти в середине зодиака, отклоняясь в обе стороны от середины не более чем на полградуса. А круг Луны, как установил Гиппарх, наклонён по широте на 10°, прочие же математики считают, что на 12°, так что он уклоняется на 5° или 6° от середины зодиака в обе стороны, к северу и югу.

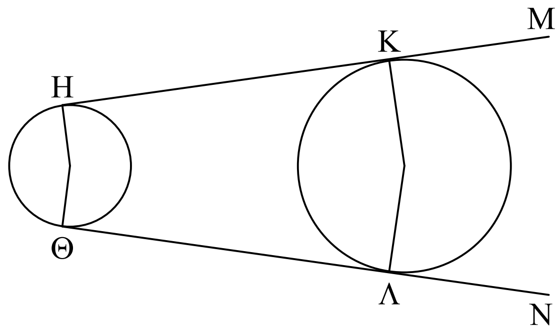
Представим себе, что плоскости обоих кругов, солнечного и лунного, пересекаются по общей прямой, проходящей через центр обоих кругов. Эта линия некоторым образом является их общим диаметром. Её концы, в которых пересекаются оба круга, называются узлами, восходящим и нисходящим. Эти узлы движутся в сторону следующих знаков зодиака. Если соединение Солнца и Луны происходит вблизи узла, их тела выглядят совместившимися, и Луна скрывает Солнце для нашего зрения, так что Солнце представляется нам затмившимся, и тем более, чем сильнее оно закрыто Луной. Но если месячное соединение происходит вдали от узла, то (195) хотя по долготе зодиака оба светила и находятся в одном градусе, но по широте — в разных, и одно из них окажется севернее, а другое южнее, так что Солнце не будет казаться затмившимся.

Теперь попробуем понять, что наблюдается для Луны. Как уже было сказано, она затмевается, попадая в земную тень. Покажем, почему это происходит не каждый месяц. Световые лучи распространяются по прямой; и если два сферических тела, одно из которых светится, а другое освещается и отбрасывает тень, равны по величине, то возникает цилиндрическая тень, уходящая в бесконечность. Пусть AB есть светящееся тело, ΓΔ — освещаемое, и они сферичны и равны между собой.

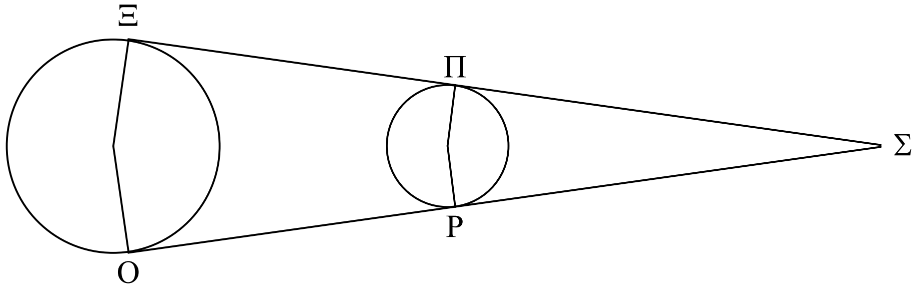


Ясно, что лучи AΓ и BΔ распространяются по прямым, и поскольку диаметры AB и ΓΔ равны между собой и перпендикулярны касательным AΓE и BΔZ, ясно, что эти лучи параллельны, и (196) прямые ΓE и ΔZ не встречаются при продолжении в бесконечность. Поскольку это происходит со всех сторон, ясно, что сфера ΓΔ отбрасывает цилиндрическую тень, уходящую в бесконечность.

Если же светящееся тело больше, каково ΗΘ, а освещаемое меньше, каково ΚΛ, то тень ΚΜΛΝ имеет форму корзины и уходит в бесконечность. Ведь диаметр ΚΛ меньше ΗΘ, и лучи ΚΜ и ΛΝ уходят в бесконечность, расходясь на всё большее расстояние, и так со всех сторон.



(197) Напротив, если светящееся тело больше, каково ΞΟ, а освещаемое меньше, каково ΠΡ, и оба сферичны, то ясно, что тень ΠΡΣ будет конической и ограниченной, ведь лучи ΣΠ и ΟΡ продолжаются по прямым и встречаются друг с другом в точке Σ, поскольку диаметр ΠΡ меньше ΞΟ, и так со всех сторон.



Рассматривая расстояния до Солнца и Луны и их размеры, Гиппарх показал, что Солнце больше Земли по объёму в 1880 раз, а Земля больше Луны в 27 раз,[101] так что Солнце находится гораздо выше Луны. Ясно, что земная тень имеет форму конуса, вытянутого вдоль общего диаметра Солнца и Земли, и даже наибольший размер Луны меньше, чем отбрасываемая Землёй тень. Когда Солнце находится в одном из узлов, а Луна в другом, Солнце, Земля, земная тень и Луна устанавливаются на одной прямой, и Луна по необходимости попадает в земную тень, а поскольку она меньше и не имеет собственного света, она становится скрытой и о ней говорят как о затмившейся.

Когда центры Солнца, Земли и Луны лежат в точности на диаметре, то есть на одной прямой, Луна попадает в середину тени, и затмение называется полным. Если же приблизительно, а не на одной прямой, затмение иногда бывает

[101] Получается, что в линейных размерах Солнце больше Земли в 12 раз, а Земля больше Луны в 3 раза.

неполным. Но чаще всего в полнолуние тела Солнца и Луны не оказываются в узлах, так что земная тень и Солнце лежат на одной прямой, а Луна оказывается севернее или южнее тени. И если она в неё совсем не попадает, затмения не случается вовсе.

Так говорит Адраст. А Деркиллид об этом вовсе ничего не написал. Однако кое-что касательно этого предмета содержится в его сочинении *О веретёнах и позвоночных дисках в «Государстве» Платона*.

Астрономические открытия

(198) Евдем в *Истории астрономии* сообщает, что Энопид первым открыл наклонение зодиака и цикл великого года, Фалес — затмение Солнца и то, что его период, относящийся к солнцеворотам, не всегда получается равным. Анаксимандр — что Земля является небесным телом и движется в середине космоса, (199) а Анаксимен — что Луна получает свет от Солнца и как она затмевается. Прочие же добавили к этим открытиям то, что неподвижные звёзды движутся вокруг оси, проходящей через полюса, а планеты — вокруг оси, перпендикулярной к зодиаку; и что оси неподвижных звёзд и планет наклонены друг к другу на сторону пятнадцатиугольника и тем самым на 24°.

Астрономические гипотезы

Далее он говорит следующее. Как в геометрии и музыке без выставленных гипотез невозможно связать рассуждения с началами, так и астрологии следует заранее уславливаться о гипотезах, чтобы затем рассуждать о движениях планет. Во-первых, говорит он, имеются близкие к математическим модели, и принятые начала согласуются с ними. Первое из них состоит в том, что космос надлежащим образом устроен согласно одному началу, на котором основано как сущее, так и явления; и нельзя сказать, что наш космос просматривается зрением до бесконечности, но он имеет внешнюю границу. Второе заключается в том, что восходы и закаты божественных тел не связаны с угасанием и возгоранием,[102] ведь если их постоянство (200) не вечно, во Вселенной не сохранится порядок. Третье состоит в том, что число планет не больше и не меньше семи; и это ясно из результатов долгих наблюдений. Четвёртое таково: неправдоподобно, чтобы всё только двигалось или только покоилось, но одно движется, а другое покоится, и даже так: одно должно двигаться, а другое покоиться. Он говорит, что Земля должна покоиться,[103] будучи по Платону домом странствующих богов, которые движутся вместе с охватывающим их небом Вселенной. А гипотезу о том, что движущееся покоится, а неподвижное по

---

[102] Такой точки зрения придерживался Ксенофан Колонский (ок. 570–475 до н. э.). См. 21 DK A32, 33, 38, 41.

[103] Ср. Птолемей, *Альмагест*, I, 7.

природе и местоположению движется, он отвергает как математически противоречивую.

Далее он говорит, что планеты надлежащим образом, равномерно и кругообразно движутся по долготе, глубине и широте. Он полагает эту истину непоколебимой. Последовательные восходы происходят из-за движения по долготе, так что он отклоняет переданные предшественниками вялые и нерадивые причины так называемого отставания. Он говорит, что такого движения следует избегать как нелогичного и беспорядочного; правильно же думать, что планеты медленно движутся против вращения неподвижных звёзд, так что внутреннее движение вызывается внешним. В качестве причин планетных движений не надо выставлять ни спиральных линий, ни лошадиных аллюров, ибо всё это происходит по сопричастности. Первая причина (201) блужданий и спиралей заключена в наклонном движении по зодиакальному кругу. Ведь спиральное движение является эпизодическим и вторичным, проистекающим из двойного движения. Первым же должно быть исходное наклонное движение; а спиральное движение не первично, но вторично.

Далее, он отвергает эксцентриситет как причину движения по глубине. Он считает, что всё, движущееся в небесах, вращается вокруг одного центра движения и космоса, и планеты, как мы показали выше, лишь по сопричастности и не первоначально описывают эпициклы и эксцентрические круги в глубине концентров. Ведь у каждой сферы имеются две поверхности, выпуклая снаружи и вогнутая внутри, а между ними по эксцентрикам и концентрам движутся светила, по сопричастности описывая в этом движении эксцентрики.

Он говорит, что движение планет неравномерно в нашем представлении, но в основе и по истине оно равномерно. Все движения происходят без вынуждения через немногие вращения и по надлежащим сферам. Он обвиняет в увеличении числа сфер тех философов, которые, считая светила лишёнными души, ввели многосферные круги; таков Аристотель, а из математиков — Менехм и (202) Каллипп, которые ввели и развернули эти круги. Установив это, он полагает, что небо со звёздами равномерно вращается вокруг неподвижной Земли, участвуя в немногих круговых, эксцентрически согласованных, невынужденных перемещениях, спасающих выставленные Платоном гипотезы.

Сфера неподвижных звёзд вращается вокруг покоящейся оси, проходящей через полюса, а планеты — вокруг оси, перпендикулярной к зодиаку. Оси неподвижных звёзд и планет разделены между собой стороной пятнадцатиугольника. Космос делится пополам большим кругом зодиака. Окружность Вселенной делится на 360°, и зодиак делит её на части по 180°. Перпендикулярная ось зодиака делит эти части по 180° ещё раз пополам. Зодиак наклонён от летней параллели до зимней, и промежуток от летнего тропика до арктического круга составляет 30°, как учит Гиппарх, а от антарктического круга до полюса сферы неподвижных звёзд — 36°.[104] В сумме промежуток от летнего тропика

[104] 36° — широта острова Родос, на котором Гиппарх производил свои наблюдения.

до полюса сферы неподвижных звёзд составляет 66°. Чтобы восполнить 90° до полюса планетной оси, добавим 24°, (203) поскольку планетная ось перпендикулярна к зодиаку. Остаётся 12° от полюса планетной оси до летнего антарктического круга: ведь всё составляет 36°, и если отнять 24°, останется 12°. Он добавляет 30° от антарктического круга до летнего тропика, и 24° от летнего тропика до круга равноденствий, и от круга равноденствий до зимнего тропика, которого касается зодиак, ещё 24°. Но 24° составляют пятнадцатую часть от полных 360°, ведь $15 \times 24 = 360$. Поэтому мы говорим, что сторона вписанного в сферу пятнадцатиугольника разделяет друг от друга две оси, одну для неподвижных звёзд и другую для планет.

Планеты описывают спирали по сопричастности, из-за двух противоположных движений. Ведь в своём собственном движении они переносятся от летнего тропика к зимнему и обратно; и сами по себе они движутся медленно, а быстро — в обратном ежедневном обращении вместе со сферой неподвижных звёзд, и не прямо от одной параллели до другой, но обходя сферу неподвижных звёзд. Иначе говоря, чтобы перейти от точки зодиака A до B, их движение идёт не прямо по зодиаку, но вокруг сферы неподвижных звёзд, описывая (204) спирали между параллелями, подобные спиралям виноградной лозы. Это похоже на цилиндр, обвитый ремнём от одного конца до другого, когда лаконские эфоры обматывали скиталы ремнями и писали на них. Планеты описывают иную спираль, — не проходящую от одного конца цилиндра до другого, но такую, которую можно начертить на плоскости. Ведь целую вечность они переходят от одной параллели до другой и опять возвращаются к этой, непрестанно и нескончаемо, и если мы изобразим параллели продолженными в бесконечность прямыми линиями, то планеты будут путешествовать от одной линии до другой, подходя то к летнему тропику, то к зимнему, до бесконечности открывая нам описываемые спирали. Из-за нескончаемого и вечного движения между параллелями на сфере проходимый путь будет подобен тому, который идёт по прямой до бесконечности, как это показывают надлежащие чертежи. А по сопричастности описываются спирали, будь то по цилиндру или по плоскости.

Таково необходимейшее и важнейшее из астрологии для чтения Платона. Мы говорили, что намереваемся рассмотреть музыку и гармонию в инструментах, в числах и в космосе, (205) и всё необходимое для космоса, а затем обещали приступить к передаче астрологии, ведь Платон говорил [о музыке] как о пятой математической науке после арифметики, геометрии, стереометрии и астрономии. Всё это в общих чертах передано Фрасиллом, а также предварительно показано нами.